

A OTIMIZAÇÃO DE GÁS LIFT NA PRODUÇÃO DE PETRÓLEO: AVALIAÇÃO  
DA CURVA DE PERFORMANCE DO POÇO

Haroldo dos Santos Rizzo Filho

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa  
de Planejamento Energético, COPPE, da  
Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte  
dos requisitos necessários à obtenção do título de  
Mestre em Planejamento Energético.

Orientador: Lucio Guido Tapia Carpio

Rio de Janeiro  
Junho de 2011

A OTIMIZAÇÃO DE GÁS LIFT NA PRODUÇÃO DE PETRÓLEO: AVALIAÇÃO  
DA CURVA DE PERFORMANCE DO POÇO

Haroldo dos Santos Rizzo Filho

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM PLANEJAMENTO ENERGÉTICO.

Examinada por:

---

Prof. Lucio Guido Tapia Carpio, D. Sc.

---

Prof. Luiz Fernando Loureiro Legey, PhD.

---

Dr. João Paulo Laquini, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
JUNHO DE 2011

Rizzo Filho, Haroldo dos Santos

A Otimização de Gás *Lift* na Produção de Petróleo:  
Avaliação da Curva de Performance do Poço/Haroldo dos  
Santos Rizzo Filho. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2011.

XII, 80 p. 29,7 cm. (COPPE/UFRJ)

Orientador: Lucio Guido Tapia Carpio

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de  
Planejamento Energético, 2011.

Referências Bibliográficas: p. 71-74

1. Otimização de Gás *Lift*. 2. Curva de Performance do  
Poço. 3. Modelo de Alarcón. I. Carpio, Lucio Guido Tapia. II.  
Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de  
Planejamento Energético. III. Título.

“O valor das coisas não está no tempo que elas duram, mas na intensidade com que acontecem. Por isso existem momentos inesquecíveis, coisas inexplicáveis e pessoas incomparáveis.”

Fernando Pessoa

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador Guido que me apoiou em todo momento. O professor Guido foi muito prestativo e paciente, procurando sempre me direcionar dentro da minha pesquisa. Ao professor Guido o meu muito obrigado.

Agradeço ao Professor Legey e ao engenheiro Laquini que aceitaram participar da minha banca, momento muito especial em minha vida.

Gostaria de agradecer em muito ao meu irmão Nicolau, pessoa que me indicou e incentivou a fazer o mestrado em planejamento energético. Obrigado meu irmão por ter me mostrado o caminho da energia.

Ao amigo Gustavo, grande companheiro na época do Mestrado, sou grato pela atenção e paciência em ouvir minhas idéias. Pessoa determinada e de um excelente coração que sempre me incentivou nesta jornada.

Aos amigos Bruno, Daniel, Paulo, Vanessa, Marcelo pela grande companhia nas aulas e nos estudos.

Meu grande amigo e professor José Manoel por sua amizade, lealdade e pelos conselhos e ensinamentos. Saudades de nossas longas conversas.

Gostaria de agradecer aos professores do PPE pelas excelentes aulas, em especial aos professores Legey, Guido, Alexandre Szklo, Roberto Shaeffer.

Um grande abraço ao pessoal da área acadêmica, sempre atenciosos e dedicados, em especial a Sandrinha.

Aos meus pais pela perseverança em me dar uma boa educação e pelo carinho e amor que tiveram comigo por toda a vida.

A minha irmã e o Pedro por serem sempre prestativos e atenciosos comigo.

As minhas avós pelo carinho eterno que tiveram comigo, sempre com lindos sorrisos.

Por fim, obrigado a todos que contribuíram para a realização desta dissertação. Sobretudo a Deus por existir na minha vida.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## A OTIMIZAÇÃO DE GÁS LIFT NA PRODUÇÃO DE PETRÓLEO: AVALIAÇÃO DA CURVA DE PERFORMANCE DO POÇO

Haroldo dos Santos Rizzo Filho

Junho/2011

Orientador: Lucio Guido Tapia Carpio

Programa: Planejamento Energético

O Gás *Lift* (GL) é um dos métodos mais conhecidos para a elevação artificial de fluidos sendo largamente empregado na indústria do petróleo. Este método consiste na injeção de uma quantidade de gás nos poços facilitando o deslocamento dos fluidos até a plataforma de produção. Entretanto, o gás disponível para este fim é geralmente insuficiente e, consequentemente, uma distribuição ótima do GL disponível entre os poços torna-se fundamental para maximizar a produção de petróleo da plataforma. A realização desse cálculo requer o conhecimento prévio da “curva de performance” que fornece a relação entre a produção de óleo *versus* a vazão de GL de cada um dos poços sujeitos ao processo de otimização. Atualmente, o equacionamento matemático dessa curva não apresenta uma boa qualidade que permita representar a real produção de um poço. Nesse contexto, este trabalho propõe utilizar uma equação elaborada por Alarcón, que expressa com maior representatividade a vazão de óleo, medida em campo, de um poço, a fim de calcular a taxa ótima de GL para um grupo de poços. A idéia central deste trabalho é analisar os ganhos obtidos na vazão de óleo ao se otimizar a distribuição do GL a partir desta nova equação, além disso, ressaltar a importância desta técnica de otimização através dos resultados apresentados em um apropriado estudo de caso. Por meio dos resultados apresentados esta pesquisa mostrou ainda a robustez do algoritmo de programação não linear Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) para resolver este problema comparando-o com o algoritmo genético.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

**THE GAS LIFT OPTIMIZATION IN A OIL PRODUCTION: AVALIATION  
OF WELL'S PERFORMANCE CURVE**

Haroldo dos Santos Rizzo Filho

June/2011

Advisor: Lucio Guido Tapia Carpio

Department: Energy Planning

The Gas Lift (GL) is one of the most common artificial lift methods widely used in the oil industry. This method consists in a gas injection quantity into the wells to facilitate the fluid flow until the production platform. However, the gas available is generally insufficient and, consequently, an optimal distribution form of GL amongst the wells becomes fundamental to obtain the platform maximum oil production rate. This calculation requires a previous knowledge of the “performance curve” that provides the relationship between “the production oil rate and the GL flow” for each well subject to this optimization process. Currently, the mathematical modeling of this curve does not have a good quality to represent the actual well production. This work proposes using an equation developed by Alarcon, which expresses with larger representativity the oil flow obtained by field measurements, in order to perform the GL optimization for a group of wells. The main idea of this work is to analyze the acquired gains by optimizing the GL from this new equation, furthermore, emphasize the importance of this optimization technique through the results presented in an extensive case study. Through the results presented this research also shows the strength of the algorithm of nonlinear programming Generalized Reduced Gradient (GRG) to solve this problem comparing it with the genetic algorithm.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	Evolução da demanda de energia e a importância do petróleo.....	1
1.2	Métodos para aumento da produção de campos de petróleo em produção .....	4
1.3	O método do Gás Lift .....	6
1.4	Proposta para redistribuição do GL .....	7
1.5	Visão geral do trabalho.....	9
1.6	Objetivo Geral .....	10
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	11
2.1	Breve histórico do petróleo no Brasil .....	11
2.2	Reservatório.....	13
2.2.1	Engenharia de reservatório .....	13
2.2.2	Métodos de estimativa de reservas .....	16
2.3	Elevação de petróleo.....	17
2.3.1	Introdução.....	17
2.3.2	Elevação natural .....	18
2.3.3	Elevação artificial .....	22
2.3.3.1	Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP) .....	22
2.3.3.2	Bombeio Centrífugo Submerso (BCS) .....	23
2.3.3.3	Bombeio Mecânico (BM) .....	24
2.4	Gás Lift .....	25
2.5	Alocação de Gás Lift .....	28
3	METODOLOGIA.....	31
3.1	Descrição do problema para alocação do GL .....	31
3.2	Elaboração da Curva de Performance do Poço (CPP).....	32
3.3	Pontos de interesse na CPP .....	33
3.3.1	Máxima Produção na CPP .....	33

3.3.2	Maior Receita na CPP (Tangente Econômica).....	34
3.3.3	Máxima Produção na CPP versus Maior Receita na CPP .....	35
3.4	O modelo de Alarcón.....	36
3.5	Análise dos Resíduos.....	38
3.5.1	Pressuposto da Distribuição Normal .....	39
3.5.2	Pressupostos da Média Nula, Variância Constante e Independência .....	40
3.6	Método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) .....	40
3.6.1	Variação Restrita .....	41
3.6.2	O algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado .....	45
3.6.3	Demonstração do caso geral .....	46
4	RESULTADOS .....	50
4.1	Campo da Petrobras.....	50
4.2	Análise dos resíduos do poço HG-07 .....	51
4.3	Análise da produção dos poços situados no campo analisado da Petrobras...	55
4.4	Máxima vazão de óleo teórica .....	56
4.5	Limitação atual do Gás Lift .....	58
4.6	CPP de Alarcón versus CPP de segundo grau.....	61
4.6.1	Gráfico auxiliar.....	63
4.7	Atualização da CPP .....	64
4.8	Comparativo entre os algoritmos GRG e Genético .....	64
5	CONCLUSÃO.....	67
	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	71
	ANEXO I – DESCRIÇÃO DETALHADA DO CICLO REALIZADO PELA BOMBA DE FUNDO DO SISTEMA DE BOMBEAMENTO MECÂNICO .....	75
	ANEXO II – ESTIMATIVA DO VALOR DA DERIVADA ECONÔMICA.....	76
	ANEXO III – RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ATRAVÉS DO GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO .....	77

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Evolução do consumo de energia final .....	1
Figura 1.2 – Evolução do consumo final energético por fonte.....	2
Figura 1.3 – Divisão percentual dos métodos de elevação do petróleo em.....	5
Figura 1.4 – Divisão percentual dos métodos de elevação do petróleo na produção de Petrobras em 2009 .....	6
Figura 1.5 – Conjunto de poços de produção que produzem via GL.....	7
Figura 2.1 – Evolução das reservas provadas de petróleo .....	12
Figura 2.2 – Curva de IPR para o modelo linear .....	15
Figura 2.3 – Curva de IPR para o modelo de Vogel.....	16
Figura 2.4 – Curvas de IPR e TPR .....	21
Figura 2.5 – Bomba de Cavidades Progressivas .....	23
Figura 2.6 – Conjunto Bomba Centrífuga Submersa .....	24
Figura 2.7 – Conjunto do sistema BM.....	25
Figura 2.8 – Poço operado por gás <i>lift</i> .....	26
Figura 2.9 – Influência da injeção de GL na curva TPR .....	27
Figura 2.10 – Injeção de GL em um poço não surgente.....	28
Figura 2.11 – Curva de Perfomance de Produção .....	29
Figura 3.1 – Curva de Performance de quatros poços diferentes .....	32
Figura 3.2 – Pontos de máxima produção e de receita máxima na CPP .....	33
Figura 3.3 – Modelo de Alarcón traçado a partir dos dados de injeção de Niskikiori ...	37
Figura 3.4 – Curva de segundo grau traçado a partir dos dados de injeção de Niskikiori .....	37
Figura 3.5 – Esboço de uma função objetiva $y(x_1, x_2)$ e uma restrição $f(x_1, x_2)=0$ .....	42
Figura 3.6 – Curva PQ formada pelos pontos que satisfazem a restrição do problema .	43
Figura 4.1 – CPPs elaboradas pelo método de Alarcón e o polinômio de segundo grau	52
Figura 4.2 – Resíduos entre os dados de produção e os ajustados pelo modelo de Alarcón .....	53
Figura 4.3 – Resíduos entre os dados de produção e os ajustados pela curva de segundo grau .....	54
Figura 4.4 – Distribuição dos resíduos pelo Gráfico normal Q-Q PLOT .....	55
Figura 4.5 – Produção otimizada do campo analisado variando a disponibilidade de GL .....	63

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 4.1 – Coeficiente das CPPs segundo o modelo de Alarcón.....	50
Tabela 4.2 – Coeficiente de determinação ( $r^2$ ) .....	51
Tabela 4.3 – Produção do Campo analisado da Petrobras.....	58
Tabela 4.4 – Comparativo para a disponibilidade de GL em 1600 e 2000 std Mm <sup>3</sup> /d...	60
Tabela 4.5 – Comparativo da produção otimizada do campo escolhido da Petrobras entre a CPP ajustada pelo método de Alarcón e o Polinômio de segundo grau .....	62
Tabela 4.6 – Comparativo entre os algoritmos GRG e Genético demonstrando a produção de óleo otimizada .....	65
Tabela 4.7 – Número de iterações e intervalo de tempo demandado pelo algoritmo GRG para optimizar o problema de GL.....	65

## LISTA DE SIGLAS

ANP	Agência Nacional do Petróleo
BCP	Bombeio por Cavidades Progressivas
BCS	Bombeio Centrífugo Submerso
BHJ	Bombeio Hidráulico a Jato
BM	Bombeio Mecânico
BPD	Barril de Petróleo por Dia
CPP	Curva de Performance do Poço
E&P	Exploração e Produção
EIA	<i>Energy Information Administration</i>
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
GL	Gás <i>Lift</i>
GN	Gás Natural
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
IP	Índice de Produtividade
IPR	<i>Inflow Performance Reservoir</i>
MPRI	<i>Minerals Processing Research Institute</i>
PDE	Plano Decenal de Expansão de Energia
RGO	Razão Gás Óleo
RGL	Razão Gás Líquido
SPE	<i>Society Petroleum Engineers</i>
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
TEP	Tonelada Equivalente de Petróleo
TPR	<i>Tubbing Pressure Requeriment</i>
VOIP	Volume de Óleo in place
VPL	Valor Presente Líquido
WTI	<i>West Texas Intermediate</i>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Evolução da demanda de energia e a importância do petróleo

A exploração e produção (E&P) de petróleo no Brasil e no mundo estão associadas a grandes desafios ambientais, políticos, sociais, técnicos e econômicos. A cada dia, maiores são as adversidades encontradas pelas companhias petrolíferas para aumentar a oferta de petróleo, de modo que esta acompanhe o crescimento da demanda de energia como sinaliza o Plano Decenal de Expansão de Energia (PDE-2019) elaborado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE). A Figura 1.1 apresenta a evolução do consumo final de energia no Brasil, com base no cenário classificado pela EPE como “surfando a marola”, em que o crescimento da economia brasileira supera o da economia mundial moderadamente<sup>1</sup>. Como pode ser observado, o consumo energético em 2019 será aproximadamente 60 % maior do que o consumo em 2010 (228 milhões para 365 milhões de Tonelada Equivalente de Petróleo “tep”), um aumento projetado médio de 5,4 % ao ano.

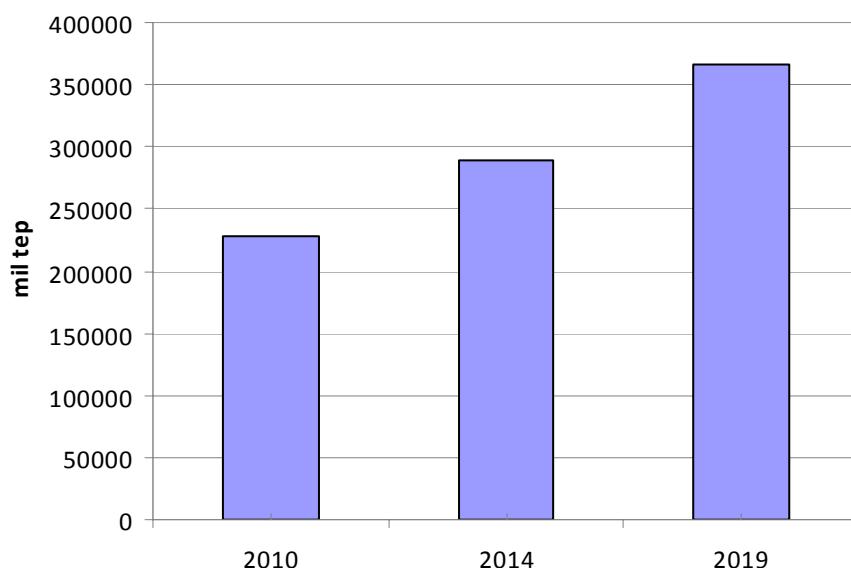


Figura 1.1 – Evolução do consumo de energia final

Fonte: Elaboração própria com base na EPE, 2010

<sup>1</sup> Cenário em que EPE considerou que a taxa de crescimento da economia mundial é 4,1% e da economia nacional de 5,1% ao ano.

A projeção da demanda até 2019, portanto, é uma evidência da necessidade de aumentar a produção de petróleo para atender o mercado brasileiro. Em paralelo a essa necessidade, outras fontes energéticas estão em processo de desenvolvimento para aumentar a oferta e diversificar a matriz energética. Entre essas fontes podem ser citadas: a energia eólica, a solar, a geotérmica<sup>2</sup>, a bioenergia produzida através da transformação da biomassa em biodiesel, o etanol entre outras.

Ainda que o prospecto atual indique alternativas energéticas como meio de suplementar a oferta de energia para suprir o crescimento na demanda de energia, o petróleo continuará sendo por algum tempo a principal fonte na matriz energética mundial. A Figura 1.2 mostra a evolução do consumo energético final por fonte esperado para o ano de 2019 com base no PDE-2019.

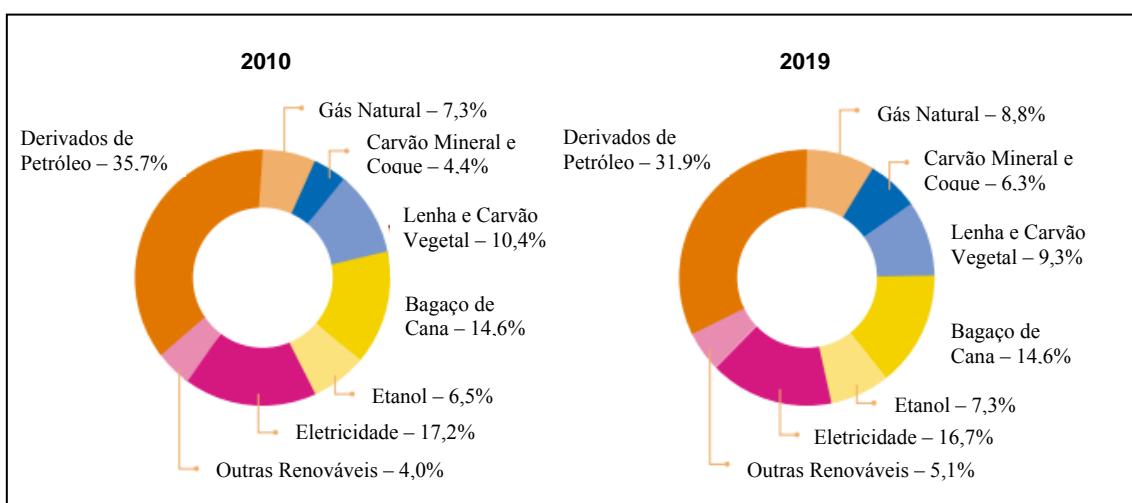


Figura 1.2 – Evolução do consumo final energético por fonte  
Fonte: EPE, 2010

Como pode se observar na Figura 1.2, a participação percentual dos derivados de petróleo e gás natural na matriz energética, até o ano de 2019, continuará bastante expressiva, ocupando em torno de 41% dessa matriz. O petróleo é de suma importância não só por sua capacidade de prover uma boa quantidade da energia consumida atualmente como também por apresentar uma cadeia logística fortemente estruturada para sua distribuição e comercialização. Além disso, o petróleo não é utilizado apenas como fonte energética, mas também como insumo dos produtos fabricados pela indústria da petroquímica.

<sup>2</sup> Energia geotérmica é a energia obtida do calor proveniente do interior da Terra.

Segundo D'Ávila (2002),

*“petróleo e gás natural são normalmente percebidos pelo grande público como sendo essencialmente fontes primárias de combustíveis, seja para uso em meios de transporte na forma de gasolina, diesel ou mesmo gás, seja para geração de calor industrial por combustão em fornos e caldeiras. Todavia, nem todos têm presente que é também do processamento inicial desses mesmos recursos naturais que provêm às matérias-primas básicas de um dos pilares do sistema industrial moderno, a indústria petroquímica. Partindo geralmente da nafta, que é uma fração líquida do refino do petróleo, ou do próprio gás natural tratado, os sofisticados processos petroquímicos são capazes de quebrar, recombinar e transformar as moléculas originais dos hidrocarbonetos presentes no petróleo ou no gás, gerando, em grande escala, uma diversidade de produtos, os quais, por sua vez, irão constituir a base química dos mais diferentes segmentos da indústria em geral. Atualmente, é possível identificar produtos de origem petroquímica na quase totalidade dos itens industriais consumidos pela população tais como embalagens e utilidades domésticas de plástico, tecidos, calçados, alimentos, brinquedos, materiais de limpeza, pneus, tintas, eletro-eletrônicos, materiais descartáveis e muitos outros.”*

Com a tendência apresentada no crescimento do consumo energético do Brasil assim como nos produtos derivados de bens e consumo torna-se imperativo, neste momento, estudar novas técnicas para aumentar a produção de petróleo. A descoberta de novas reservas de petróleo não acompanha o ritmo acelerado de crescimento na demanda deste insumo, fortalecendo a idéia que cada dia torna-se mais importante que as indústrias petrolíferas invistam em outros recursos que permitam recuperar uma fração maior de óleo dos campos em produção. Mesmo assim, aumentar a quantidade de óleo recuperado não é por si só suficiente, é necessário também aumentar a vazão diária de óleo produzido de forma a acompanhar o aumento no consumo diário deste produto.

## 1.2 Métodos para aumento da produção de campos de petróleo em produção

Várias técnicas e metodologias são aplicadas para aumentar ou mesmo manter a vazão de óleo dos campos de petróleo. Muitas vezes, o reservatório, no início de sua vida produtiva, possui energia suficiente para elevar os fluidos da formação até a superfície. Após um período de produção, a energia do reservatório vai decrescendo até um momento em que a vazão dos poços localizados nessa área atinge um nível não viável economicamente. Para evitar essa queda na vazão existem os métodos para manutenção da energia do reservatório que pressurizam a região em interesse. Um método frequentemente utilizado consiste na injeção de água no reservatório por intermédio de poços injetores, contudo há outras técnicas similares a esta, como a injeção de gás carbônico, vapor d'água entre outros.

Outros reservatórios, porém, mesmo mantendo a energia original contida no interior de suas rochas, não têm força suficiente para escoar o óleo até a superfície ou produzem fora de uma condição ótima operacional. Nessas situações são aplicados os métodos de “elevação artificial dos fluidos” que fornecem, através de mecanismos externos, energia adicional diretamente ao fluido que se encontra na coluna de produção<sup>3</sup>, facilitando seu deslocamento até a unidade de processamento.

Existem vários métodos para a elevação artificial dos fluidos, mas basicamente o mecanismo acontece por meio de uma bomba mecânica, ou através da injeção de gás natural na coluna de produção. No capítulo 2, uma explicação mais detalhada sobre os métodos de elevação será abordada, demonstrando melhor os mecanismos para fornecimento de energia aos fluidos.

Os métodos mais utilizados são: Bombeio Centrífugo Submerso (BCS), Bombeio Mecânico (BM), Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP) e o Gás *Lift* Contínuo e Intermítente (GLC e GLI). A seguir, o gráfico da Figura 1.3 apresenta a quantidade percentual de poços da Petrobras que utilizam cada um dos métodos de

---

<sup>3</sup> Coluna de produção - tubulação que conduz o petróleo do reservatório até a árvore de natal (equipamento dotado de um conjunto de válvulas que controlam a abertura e fechamento do poço).

elevação artificial, além dos poços que são surgentes, ou seja, que produzem estritamente com energia natural existente no interior das rochas reservatórios.

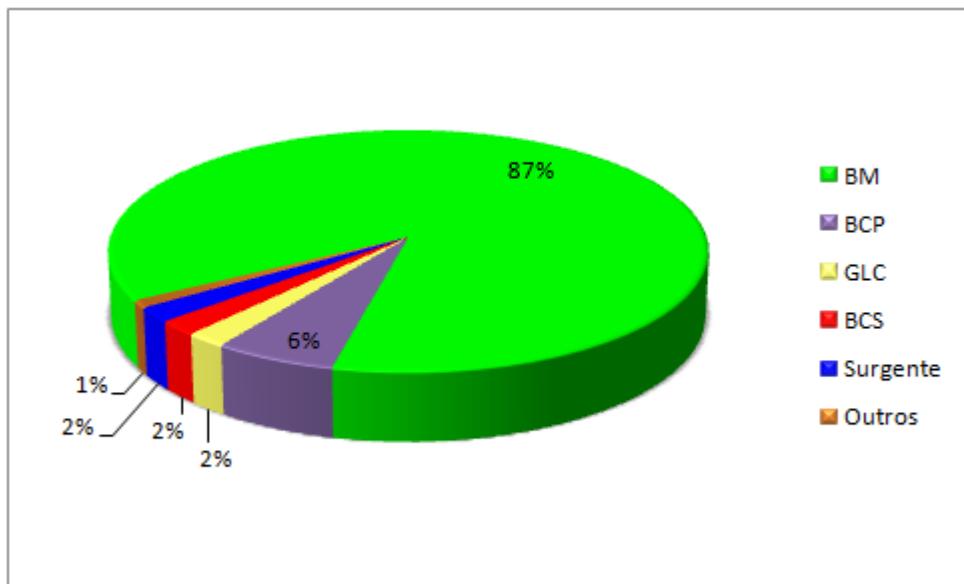


Figura 1.3 – Divisão percentual dos métodos de elevação do petróleo em número de poços.

Fonte: Elaboração própria a partir de Nascimento, 2005

O gráfico da Figura 1.3 mostra que o método mais utilizado na Petrobras é o bombeio mecânico. Segundo Nascimento (2005), é também o método mais antigo e utilizado somente para poços localizados em terra. Apesar de o bombeio mecânico ser o método mais aplicado, ao considerar a produção total, o Gás *Lift* (GL) detém a maior participação percentual em volume produzido de óleo no Brasil, sendo largamente empregado para poços *offshore*. A Figura 1.4 mostra o volume percentual produzido por cada um dos métodos utilizados. Devido ao fato de o maior percentual da produção brasileira de petróleo e gás ser extraída utilizando o método do GL, esta forma de produção foi o alvo deste trabalho, sendo extensamente detalhada.

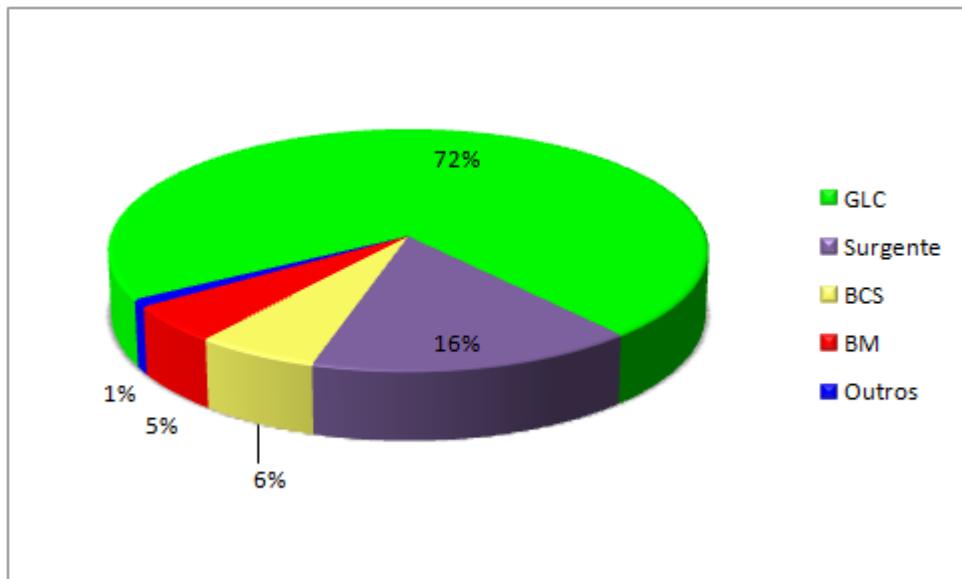


Figura 1.4 – Divisão percentual dos métodos de elevação do petróleo na produção de Petrobras em 2009

Fonte: Elaboração própria

### 1.3 O método do *Gás Lift*

O presente trabalho trata especificadamente o método artificial de elevação conhecido como *Gás Lift* (GL), técnica utilizada para permitir produção de poços que não têm pressão suficiente para o deslocamento do óleo ou para aumentar a vazão do mesmo. O GL é o nome dado ao processo em que Gás Natural (GN) é injetado a partir da unidade de produção em cada um dos poços produtores, auxiliando o escoamento dos fluidos do reservatório até a plataforma de produção.

O procedimento para elevação do fluido utilizando o GL é descrito no exemplo<sup>4</sup> a seguir: o óleo extraído dos poços apresentam associadamente uma parcela de gás, e em alguns casos, água, essa mistura é conduzida até o separador que francione esses três componentes; a corrente de gás obtida é direcionada a um compressor para aumentar sua pressão, e após pressurizado, uma parcela é escoada via gasoduto para fins comerciais e outra é reinjetada nos poços produtores. Esta última parcela é, de fato, a fração de gás que será utilizada no método artificial de elevação, GL.

---

<sup>4</sup> Nesse exemplo não foi considerado que há poços injetores de gás na planta de processamento para facilitar o entendimento, mas caso existam, uma terceira corrente de gás sairia do compressor em direção a esses poços.

Na teoria, o gás injetado reduz a densidade média dos fluidos produzidos formando uma mistura mais leve, assim o escoamento do óleo torna-se mais fácil, reduzindo a pressão requerida para deslocá-lo. A Figura 1.5 representa esquematicamente o processo para injeção de gás natural nos poços de produção de uma determinada unidade de produção de petróleo.

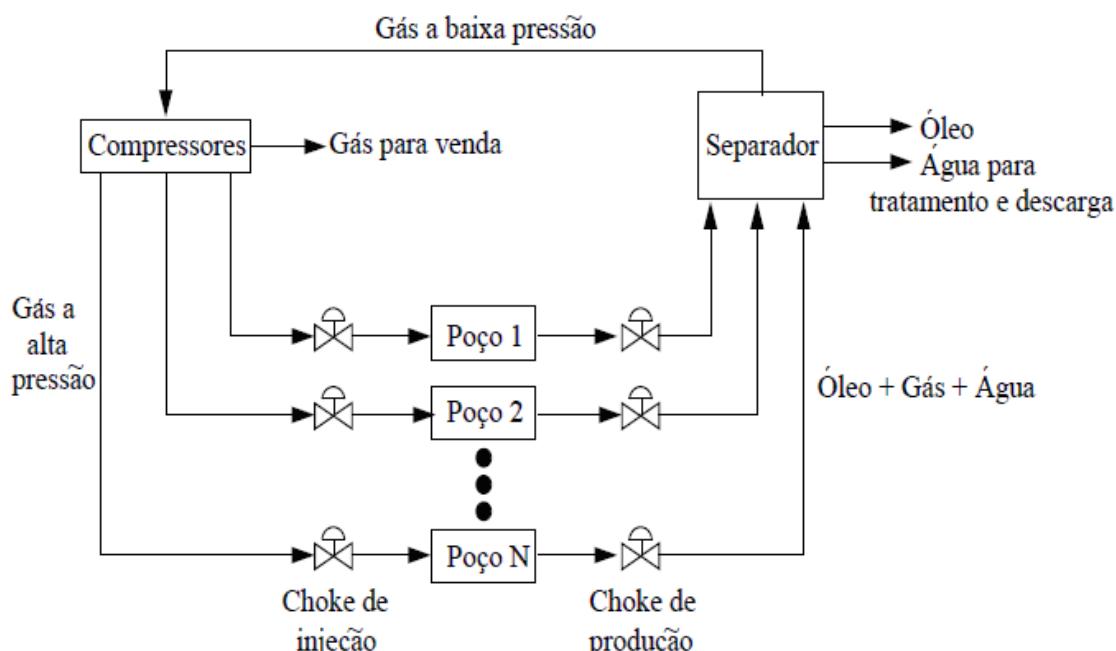


Figura 1.5 – Conjunto de poços de produção que produzem via GL.

Fonte: Nakashima, 2004

#### 1.4 Proposta para redistribuição do GL

A projeção no crescimento na demanda por energia e produtos de base, assim como o fato de que as empresas querem obviamente obter mais lucros, direcionou o tema deste trabalho para um estudo visando aumentar a produção de petróleo de uma plataforma qualquer. Este estudo trata da maximização da produção diária de óleo em uma unidade de produção de petróleo dotada de poços produtores que utilizam apenas o GL como método artificial de elevação dos fluidos. Como mostrado na Figura 1.4, esta técnica predomina na produção nacional de petróleo, sendo largamente utilizada em poços *offshore* devido à versatilidade do método que será abordada mais a frente.

Nesse sentido, o estudo procura maximizar a produção de óleo de uma plataforma através da redistribuição de GL dos poços de uma determinada unidade. Esta técnica não permite aumentar o fator de recuperação do campo, mas antecipará a produção, aumentando o Valor Presente Líquido (VPL) de caixa da empresa. Além disso, proporcionará aumento no volume diário produzido de petróleo através da maior vazão diária obtida por poço.

A grande questão envolvendo o método GL, que gerou e ainda é objeto de vários estudos, reside no fato de que o gás injetado nos poços é benéfico até certo limite. A partir de uma dada taxa de injeção, o processo se inverte, a vazão de gás começa a se tornar muito alta, passando a reduzir a produção de óleo ao invés de aumentar. Fisicamente, a vazão da mistura, fluido produzido mais gás injetado, em níveis muito elevados aumenta vertiginosamente o atrito na coluna de produção, preponderando sobre o ganho obtido com a redução na densidade média dos fluidos produzidos. Dito isto, existe, portanto, um limite ótimo operacional de injeção por poço a partir do qual a produção de óleo começa a declinar.

Na prática, o ponto ótimo operacional nem sempre é atingido em todos os poços de uma mesma plataforma de produção, por limitações técnicas existentes. Por exemplo, em alguns poços a pressão de injeção de GL necessária para alcançar o ótimo operacional é tão elevada que ultrapassa a pressão máxima de descarga do compressor, impedindo alcançar a vazão ótima de GL. Outro exemplo é a capacidade máxima de vazão de gás que pode fluir no compressor, que pode limitar a soma das vazões ótimas de GL para os poços desta plataforma. Ao se considerar esta e outras restrições técnicas existentes na planta de processamento, fica claro que o estudo para maximizar a produção da plataforma não pode simplesmente ajustar cada poço individualmente, esta análise deve tratar os poços em conjunto, avaliando as restrições da plataforma.

Não obstante, para realizar a otimização na distribuição de GL de uma determinada plataforma é necessário primeiramente conhecer a relação entre o gás injetado e a produção de óleo de cada um dos poços. Para obter esta relação são realizados testes na plataforma, para cada um dos poços, em que se varia a vazão do GL, e com essa variação formam-se pontos evidenciando a produção de óleo para cada faixa de injeção do GN. A partir de uma amostra, equaciona-se uma expressão

matemática representando a relação da produção de óleo *versus* o GL. Após obter as equações matemáticas dessa relação, as mesmas são inseridas no modelo de otimização para calcular a distribuição do gás injetado aos poços.

A otimização do GL é um método que já vem sendo praticado pelas empresas petrolíferas, mas que ainda merece uma atenção especial, pois existem ganhos a serem explorados neste processo. A proposta deste trabalho além de elaborar um estudo para otimização do GL em um dos campos que é concessão da Petrobras, propõe uma equação matemática geral que represente melhor a relação entre óleo produzido *versus* vazão de gás injetado.

Dessa forma, este trabalho ressalta também o ganho adicional em realizar a otimização de GL de posse de uma equação mais representativa da produção real do poço, quando se varia a vazão desse gás. O trabalho utiliza uma ferramenta simples para otimização do problema proposto, disponível no aplicativo Solver do Excel.

## **1.5 Visão geral do trabalho**

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica de conceitos relacionados ao reservatório e à elevação e escoamento do petróleo. Uma abordagem sobre alguns métodos de elevação artificial foi realizada, com maior foco sobre o método do GL. Realizou-se ainda neste capítulo uma revisão da bibliográfica por meio de artigos desenvolvidos nesta área que estudaram a otimização de GL de maneiras diversas.

No capítulo 3, a curva elaborada por meio dos pontos formados pelo óleo produzido *versus* a vazão de gás injetada é definida conceitualmente. Nessa etapa é apresentada a formulação matemática tradicionalmente utilizada para representar essa curva, e, em seguida, uma nova equação é proposta a fim de representar mais fielmente essa relação. Ainda neste tópico, o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), algoritmo escolhido para solucionar o problema de redistribuição do GL, é apresentado. A metodologia de busca deste algoritmo é descrita, contando com um exemplo no anexo III para mostrar seu funcionamento.

O capítulo 4 apresenta os resultados relativos à otimização dos poços, comparando o ganho percebido da curva proposta com aquela tradicionalmente utilizada. Por fim, faz um comparativo entre os algoritmos GRG e genético, para demonstrar a eficiência do GRG. No capítulo 5 serão apresentadas as conclusões obtidas após a análise dos resultados.

## **1.6 Objetivo Geral**

Objetivo principal deste trabalho é avaliar qual será o ganho na produção de óleo quando a otimização de GL for realizada adotando uma curva que represente melhor os dados de produção de um poço versus o gás injetado. Dessa forma, quanto mais representativa for essa curva melhor será a distribuição do gás total injetado nos poços, permitindo uma maior produção de óleo na plataforma. A seguir os objetivos específicos são: verificar o impacto na produção diária de petróleo ao se otimizar o GL, analisar a relação entre a otimização de GL e sua disponibilidade, comprovar a robustez do algoritmo GRG ao otimizar o GL comparando-o com o algoritmo genético

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Breve histórico do petróleo no Brasil**

Pode-se dizer que o marco inicial da indústria do petróleo no mundo foi a perfuração do famoso poço do Coronel Drake, em Titusville, localizado no estado americano da Pensilvânia em 1859. No Brasil, o primeiro poço perfurado foi em Lobato, na Bahia, no ano de 1939. Porém, somente dois anos após foi descoberto, em Cadeias, o que viria a ser o primeiro poço comercial.

O começo da indústria do petróleo no Brasil foi bastante conturbado, muitos não acreditavam que existia óleo no subsolo brasileiro. Existiam duas correntes com idéias diferentes em relação à existência de petróleo no país: a primeira dizia que as multinacionais aqui instaladas não queriam que esse recurso natural fosse descoberto para não prejudicar as vendas relativas aos derivados em um mercado crescente como o Brasil; e o segundo grupo acreditava que o Brasil era um país pobre nessa fonte de energia, diferente dos Estados Unidos.

Após o conturbado começo e principalmente com o fim da segunda guerra mundial, surgiu o movimento “o petróleo é nosso”. Esse movimento foi capaz de reunir um grande espectro político, aderindo a este os nacionalistas, os esquerdistas e os militares que sabiam da importância estratégica deste recurso energético. Finalmente em 1953, no governo do presidente Getúlio Vargas, foi criada a empresa estatal Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras) que viria a deter o monopólio na extração, perfuração, produção, refino e comercialização na cadeia produtiva do petróleo. A queda desse monopólio ocorreu somente 40 anos após a fundação da estatal com a emenda constitucional nº 9 (09/11/1995) e da nova lei do petróleo (lei nº 9478, 06/08/1997).

Em 2006, passados 65 anos da primeira descoberta comercial em Candeias, a produção de petróleo no Brasil ultrapassou a demanda interna de petróleo, alcançando a tão sonhada autossuficiência. Junto a este aspecto, o país desenvolveu ao longo dos anos notória capacidade na cadeia produtiva desse insumo, conseguindo grande avanço nos equipamentos de exploração e produção. Alcançou tecnologia de ponta em diversas

áreas do setor, como por exemplo, a produção de óleo em águas profundas, pouco dominada ainda por muitos países que têm atividade nesse ramo. (BACOCCOLI, 2008)

O desenvolvimento da produção do petróleo no Brasil passou por três grandes fases. A primeira foi a fase terrestre que foi iniciada na mesma época da criação Petrobras em 1954. Em seguida, entre os anos de 1968 e 1974, começaram os estudos de exploração e desenvolvimento em águas rasas e por fim, de 1974 até hoje, a descoberta de petróleo em águas profundas.

Essas descobertas de novas áreas providas de petróleo foram fundamentais para permitir que a produção de óleo fosse compatível com o aumento no consumo que vem crescendo desde a década de 80. A seguir, a Figura 2.1 mostra a evolução das reservas brasileiras provadas<sup>5</sup>.

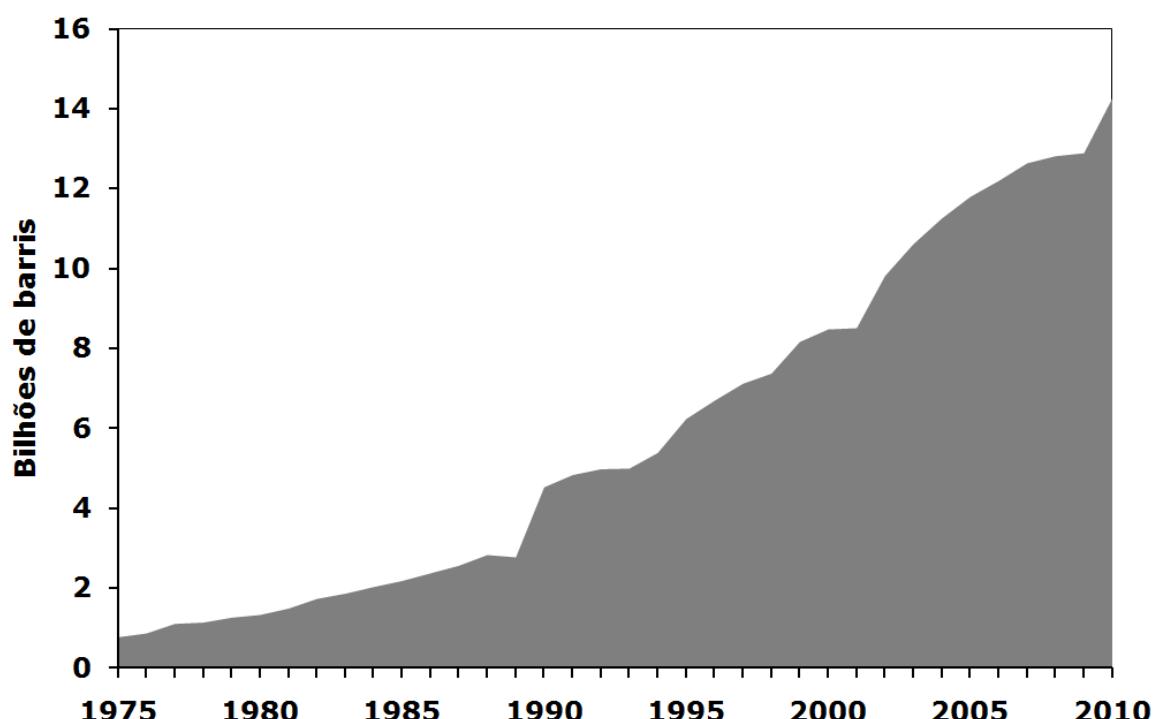


Figura 2.1 – Evolução das reservas provadas de petróleo

Fonte: ANP, 2011

<sup>5</sup> Reserva provada segundo classificação da *Society Petroleum Engineers* (SPE) são aquelas quantidades de petróleo que, por análise de dados geológicos e de engenharia, podem-se estimar, com razoável certeza, serem comercialmente recuperáveis até uma determinada data. Se métodos probabilísticos forem utilizados, a SPE define que deve haver pelo menos 90% de chance que as quantidades de hidrocarbonetos, realmente recuperadas, se igualem ou excedam as estimativas.

## 2.2 Reservatório

### 2.2.1 Engenharia de reservatório

O estudo do reservatório<sup>6</sup> faz parte da engenharia de petróleo que tem a responsabilidade de fazer a análise das propriedades básicas das rochas e dos fluidos nelas contidos. A análise dessas propriedades permite obter parâmetros importantes para determinar a viabilidade técnico-econômica do campo de produção em questão. Os principais parâmetros definidos nesse estudo são porosidade, “volume de óleo *in place*” (VOIP<sup>7</sup>), permeabilidade, Índice de Produtividade (IP), fator de recuperação<sup>8</sup> entre outros.

Primeiramente, a porosidade e a saturação de fluidos da rocha reservatório em análise são obtidas nas pesquisas feitas pelo geólogo. A porosidade nada mais é que a relação entre o volume de vazio e o volume total da rocha, e a saturação é a porcentagem de cada fluido no interior da rocha. Com esses dados e os da geometria da rocha é possível fazer uma estimativa do volume de cada fluido existente no reservatório, cálculo conhecido como método volumétrico.

Um dos parâmetros mais importantes a ser definido é a permeabilidade da rocha que está correlacionada diretamente com a quantidade de poros que estão interconectados, fenômeno este fundamental para que o óleo se mova ao longo dos poros até a coluna do poço, permitindo a produção. Os caminhos criados pelos poros interconectados podem ser chamados de “canais porosos”, e quanto mais estreitos e mais tortuosos forem, maior será a dificuldade para que os fluidos se movam, em contraste, canais com poros maiores e mais conectados oferecem menor resistência, caracterizando maior permeabilidade. Dessa forma, a permeabilidade é calculada, a partir da equação 2-1, ao se realizar testes em uma amostra da rocha retirada durante a perfuração do poço, em que se mede o diferencial de pressão para fluir óleo em uma determinada vazão.

---

<sup>6</sup> Reservatório trata-se de uma formação rochosa permeável, porosa ou fraturada em subsuperfície. Pode conter quantidades de petróleo ou água trapeada; e pode ser rodeado por camadas de rochas pouco ou quase totalmente impermeáveis.

<sup>7</sup> VOIP é um volume de óleo no interior do reservatório.

<sup>8</sup> Fator de recuperação é o quociente entre o volume de óleo recuperado e o volume de óleo original no reservatório. Ou seja, é o percentual do volume original que se espera produzir em um reservatório.

$$K = \frac{q\mu L}{A\Delta p} \quad 2-1$$

Onde:

$K$  = permeabilidade;

$q$  = vazão do fluido;

$\mu$  = viscosidade do fluido;

$A$  = área do meio poroso perpendicular ao escoamento do fluido;

$L$  = comprimento do meio poroso, medido na direção do escoamento do fluido;

$\Delta p$  = pressão diferencial.

Outro parâmetro muito importante também é o IP, com o qual é possível identificar o potencial de produção do poço, e ainda, qual é a pressão entregue pelo reservatório ao poço em uma determinada vazão. Existem alguns métodos que são utilizados para o cálculo do IP, dentre os quais estão o modelo linear e o modelo de Vogel. (NASCIMENTO, 2005)

O modelo linear explicitado na equação 2-2 é definido pelo quociente entre vazão e a pressão diferencial (diferença da pressão do reservatório e da pressão de fluxo no fundo do poço). A Figura 2.2 representa a curva conhecida como *Inflow Performance Relationship* (IPR) para o modelo linear.

$$IP = \frac{q}{P_e - P_{wf}} \quad 2-2$$

Onde:

$q$  = vazão de fluido;

$P_e$  = pressão estática do reservatório;

$P_{wf}$  = pressão de fluxo no fundo do poço.

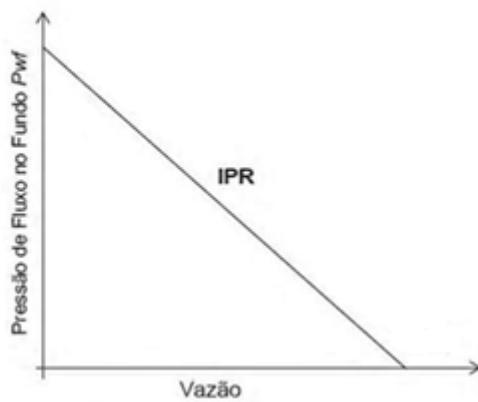


Figura 2.2 – Curva de IPR para o modelo linear  
Fonte: Nascimento, 2005

O ponto onde a curva de IPR intercepta o eixo horizontal representa o potencial do poço, este ponto significa a máxima vazão considerando a pressão de fluxo no fundo igual a zero. Porém, este valor é apenas teórico, pois na prática é impossível reduzir a  $P_{wf}$  a zero.

O modelo linear é utilizado quando a  $P_{wf}$  está acima do ponto de bolha<sup>9</sup>, ou tecnicamente quando esta pressão está acima da pressão de saturação ( $P_{sat}$ ) do óleo. No caso em que o reservatório produz óleo com gás em solução, ou seja, situação em que as pressões estão abaixo da pressão de saturação do óleo, é utilizado o modelo de Vogel descrito na equação 2-3. A curva formada por este modelo está representada na Figura 2.3.

$$\frac{q}{q_{máx}} = 1 - 0,2 \frac{P_{wf}}{Pe} - 0,8 \frac{P_{wf}^2}{P_e^2} \quad 2-3$$

---

<sup>9</sup> Ponto de Bolha é condição de temperatura e pressão na qual a evaporação de um líquido se inicia, ou seja, momento em que se forma a primeira bolha de vapor.

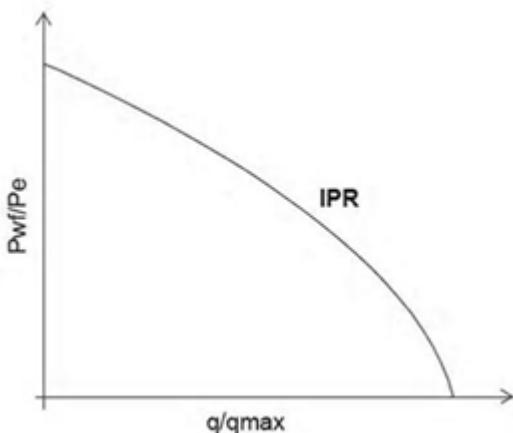


Figura 2.3 – Curva de IPR para o modelo de Vogel

Fonte: Nascimento, 2005

### 2.2.2 Métodos de estimativa de reservas

Para as empresas de petróleo é fundamental fazer uma previsão da “reserva” e do “fator de recuperação” do campo de produção em interesse a fim de avaliar sua viabilidade econômica. Atualmente, existe mais de um método para estimar o volume de óleo recuperável. As empresas comumente utilizam seus próprios critérios para estimativa de suas reservas, mas estão cada vez mais estabelecendo normas para obter certa padronização nessa metodologia. Segundo Thomas, *et al.* (2001), muitas empresas petrolíferas estão baseando-se nos critérios do código internacional da *Society of Petroleum Engineers* (SPE), permitindo assim que suas reservas sejam reconhecidas em instituições financeiras e comparadas com outras empresas e países.

Conforme os Destaques Operacionais da Petrobras (2010a), os seguintes métodos são empregados para o cálculo da reserva e do fator de recuperação:

- A. Método análogo – utilizados para campos ainda não perfurados e para a completação de poços no início do estágio de desenvolvimento e produção. A metodologia desse método baseia na hipótese de que reservatórios análogos são semelhantes ao do campo analisado, em relação aos aspectos que controlam a recuperação do óleo e as propriedades das rochas.
- B. Método volumétrico - usado quando os dados de subsuperfície e da sísmica estão bem consolidados possibilitando mapear o reservatório, fornecendo, principalmente, uma boa estimativa do óleo e gás inicialmente *in place*.

- C. Método do declínio de produção - prevê o volume de óleo que pode ser recuperado, analisando a queda de vazão até um valor limite que não mais é viável economicamente continuar a produção, ou seja, os custos de operação tornam-se maiores do que a receita obtida com a produção desse óleo, situação esta conhecida como “condição de abandono”.
- D. Balanço de Materiais – considera o reservatório como um “tanque” com propriedades permoporosas médias, resolvendo o sistema com a equação de balanço de matérias a qual permite calcular o volume interno de óleo e gás além de determinar o mecanismo de produção.
- E. Métodos de desempenho – mais utilizado para campos maduros, ou seja, aqueles que já estão produzindo por um tempo suficiente para que possa verificar um comportamento nos dados de pressão e vazão. Assim, a análise histórica desses dados permite inferir o volume de óleo e gás *in place* além da produção futura.
- F. Simulação Numérica Computacional – trata-se de um modelo de fluxo que divide a rocha em milhares de células (subdivisões na escala de alguns metros) que aperfeiçoa a simulação. Permite prever o volume de óleo e gás *in place* e a produção futura, podendo envolver para esse cálculo todos os outros métodos acima mencionados.

## 2.3 Elevação de petróleo

### 2.3.1 Introdução

A elevação de hidrocarbonetos é o ramo da engenharia de petróleo responsável por extrair o óleo do reservatório localizado no fundo do mar, e fazer com que chegue até a plataforma de produção onde finalmente passará pelo processamento primário para a separação do óleo, água e gás.

Como foi comentado no item 1.2, para que o petróleo chegue até a plataforma de produção é necessário que o reservatório tenha pressão suficiente para deslocar o óleo do fundo do poço até a plataforma. Caso esse poço não seja surgente, não tendo, portanto, energia suficiente para deslocar o fluido até a superfície, técnicas artificiais de elevação serão necessárias para suplementar essa energia. (THOMAS, *et al.*, 2001)

Ressalta-se que mesmo os poços que são surgentes, após um determinado tempo de produção, começam a apresentar um declínio considerável na pressão, resultando na queda de energia do reservatório. Com isso, a pressão no poço diminui e chega a um limite, impossibilitando o deslocamento do petróleo até a superfície apenas com energia natural, ou ainda, devido à baixa pressão, esse poço deixa de ser economicamente viável. Portanto, a partir desse instante, as técnicas artificiais de elevação começam a ser utilizadas nesse poço visando a aumentar sua produtividade. A grande questão é saber qual é o melhor método a ser instalado em um determinado poço, para ter este conhecimento prévio uma análise complexa envolvendo uma série de parâmetros deve ser realizada.

Segundo Thomas *et al.* (2001),

*“a seleção do melhor método depende de uma quantidade variada de fatores. Os principais a serem considerados são: número de poços, diâmetro do revestimento e da coluna de produção, Razão Gás Óleo (RGO)<sup>10</sup>, vazão, profundidade do reservatório, viscosidade dos fluidos, mecanismo de produção, disponibilidade de energia, acesso aos poços, distância dos poços às unidades de produção, equipamentos disponíveis, pessoal treinado, investimento, custo operacional, segurança entre outros.”*

### **2.3.2 Elevação natural**

Para haver elevação natural dos fluidos, a pressão disponível no fundo do poço tem que ser maior do que à pressão hidrostática da coluna de fluido somada das perdas de cargas no escoamento desse fluido. Essas perdas são divididas em distribuídas e localizadas, as primeiras estão relacionadas ao atrito entre o fluido e coluna de produção, e entre fluido e linhas de produção. As perdas localizadas são atribuídas a quaisquer obstruções nas linhas de escoamento, como válvulas, reduções de diâmetro, curvas, etc. Além disso, a aceleração submetida ao fluido no processo de elevação também gera uma queda da pressão resultante na superfície. Com isso, o resultado da

---

<sup>10</sup>RGO é relação entre a vazão de gás e a vazão de óleo, ambos medidos na condição de superfície.

pressão requerida no reservatório para que o poço seja surgente está descrito na equação 2-4; e o detalhamento da pressão hidrostática e das perdas de carga estão referidos nas equações 2-5, 2-6, e 2-7. (HENKE, 2002)

$$P_{wf} > P_{hidro} + \Delta P_{atrito,D} + \Delta P_{atrito,L} + \Delta P_{ac} \quad 2-4$$

$$P_{hidro} = \rho gh \quad 2-5$$

$$P_{atrito,D} = \frac{f_a \rho V^2 L}{2d} \quad 2-6$$

$$P_{ac} = \rho V \Delta V \quad 2-7$$

Onde:

$P_{hidro}$  = pressão hidrostática referente à coluna de fluido;

$\Delta P_{atrito,D}$  = perda de carga referente ao atrito provocado entre o fluido e a coluna de produção;

$\Delta P_{atrito,L}$  = perdas localizadas referentes às obstruções na linha de produção, como válvulas, restrições entre outros;

$\Delta P_{ac}$  = perda de carga devido ao aumento de velocidade do fluido durante o escoamento;

$f_a$  = fator de atrito, determinado pelo tipo do material da coluna e linha de produção;

$\rho$  = massa específica do fluido;

$L$  = distância percorrida pelo fluido do fundo poço até a superfície;

$h$  = altura vertical da coluna de fluido

$V$  = velocidade do fluido;

$d$  = diâmetro da linha em que o fluido escoa.

A equação 2-4 pode ser dividida em duas partes, o lado esquerdo antes do sinal maior que “>” e o lado direito após este sinal. O lado esquerdo constituído da parcela  $P_{wf}$  é conhecido como a “pressão disponível” entregue pelo reservatório ao poço em uma determinada vazão. O lado direito contendo as parcelas de pressão hidrostática e as perdas de cargas é chamado de “pressão requerida” pelo poço para conseguir fluir.

Para compreender como varia a pressão requerida e a disponível, o que será fundamental para explicar o modelo matemático elaborado neste trabalho, um pequeno

exercício será apresentado a seguir variando a vazão de produção. O exercício propõe aumentar a vazão de fluido no escoamento, que aumenta por sua vez a velocidade, pois vazão e velocidade são parâmetros diretamente relacionados, conforme pode ser verificado na equação 2-8. Portanto, pode-se notar nas equações 2-6 e 2-7 que o aumento de velocidade gera um acréscimo na pressão de atrito e de aceleração, ou melhor, gera uma maior perda de carga no escoamento. Com isso, quanto maior for essa perda maior será a pressão requerida para elevar o fluido. Pelo lado do reservatório, analisando a equação 2-2, conclui-se que para aumentar a vazão de escoamento deve-se reduzir a  $P_{wf}$  de modo a diminuir a contrapressão neste reservatório. Assim, enquanto a  $P_{req}$  aumenta com a vazão, a  $P_{wf}$  diminui, permanecendo em uma condição instável, em que a vazão varia naturalmente até que essas duas pressões se igualem, chegando a um ponto de equilíbrio.

$$V = q \cdot A \quad 2-8$$

Para o melhor entendimento, na Figura 2.4 – , são traçadas as curvas de pressão disponível pelo reservatório (IPR) e pressão requerida (*Tubbing Pressure Requeriment – TPR*), ambas variando com a vazão dos fluidos produzidos.

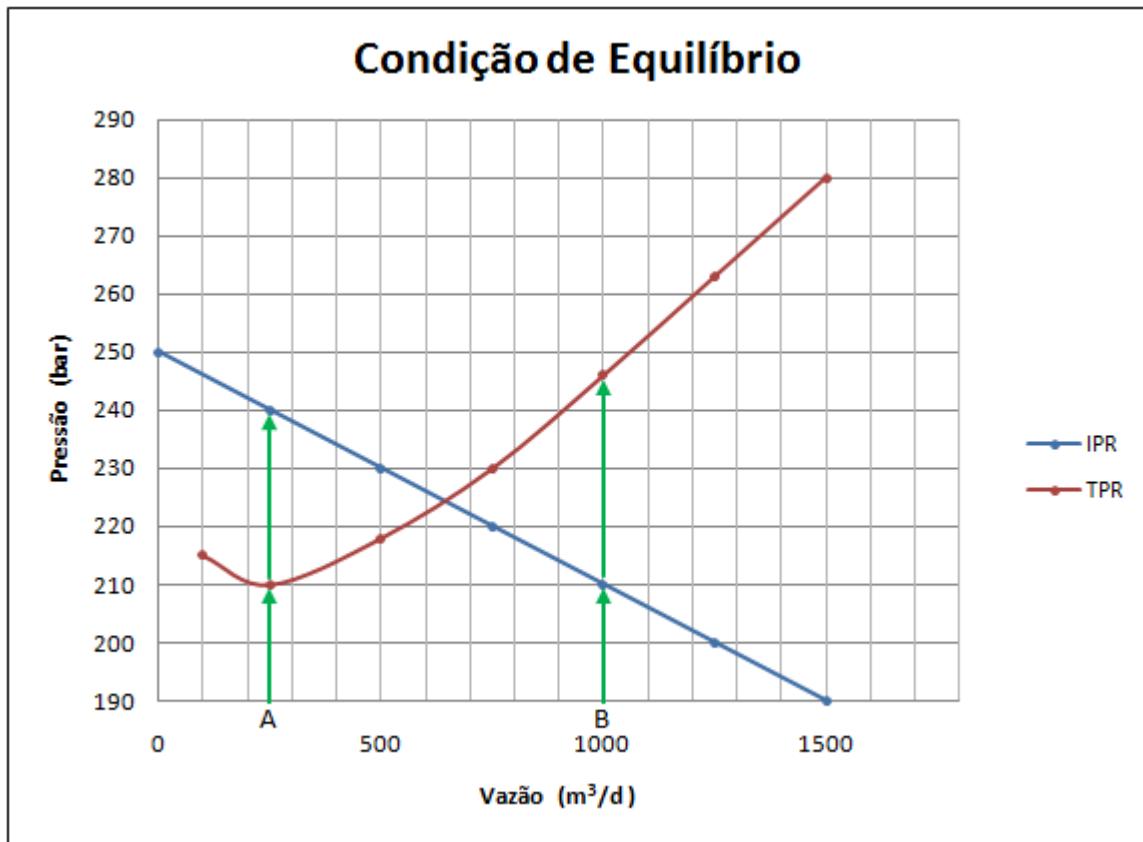


Figura 2.4 – Curvas de IPR e TPR  
Fonte: Elaboração própria a partir de HENKE, 2002

O ponto de equilíbrio exige que, para uma determinada vazão, a pressão na qual o poço necessita para fazer fluir seja a mesma que o reservatório entrega ao fluido; considerando nesta análise que o sistema esteja operando em regime permanente, ou seja, condição na qual as pressões não variam ao longo do tempo.

Admitindo-se inicialmente que o poço esteja produzindo na vazão indicada pelo ponto A ( $250 \text{ m}^3/\text{d}$ ), verifica-se que a IPR mostra um valor mais alto de pressão do que a TPR, ou seja, o poço requer apenas 210 bar de pressão para fazer fluir nesta vazão, mas o reservatório entrega esta vazão com uma pressão de 240 bar. É natural, portanto, que a vazão de produção do poço aumente, reduzindo a pressão disponível e aumentando a pressão requerida sucessivamente até atingir o equilíbrio situado no ponto em que a IPR intercepta a TPR (este ponto representa uma vazão aproximada de  $640 \text{ m}^3/\text{d}$ ). Ao refazer a mesma análise para o ponto B ( $1.000 \text{ m}^3/\text{d}$ ) percebe-se que a pressão requerida (aproximadamente 247 bar) é maior do que a pressão disponível (210 bar). Logo, para esta situação o reservatório não consegue elevar o óleo com  $1000 \text{ m}^3/\text{d}$  de vazão, que será reduzida naturalmente até atingir o ponto de equilíbrio.

### **2.3.3 Elevação artificial**

Conforme foi descrito no item 2.3.1, as técnicas artificiais de elevação são utilizadas para permitir a produção de poços que não surgentes, assim como, possibilitar o aumento na vazão de óleo daqueles poços que não atingiram a condição ótima operacional.

A fim de facilitar o entendimento de como algumas dessas técnicas auxiliam o escoamento dos fluidos, os métodos do BM, BCP e BCS serão descritos resumidamente. No item 2.4, será apresentado o detalhamento da elevação artificial utilizando o método do GL, que será foco de estudo deste trabalho.

#### **2.3.3.1 Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP)**

Esse método utiliza uma bomba de cavidades progressivas que gera a diferença de pressão necessária a partir do bombeamento volumétrico do fluido. As cavidades são espaços vazios criados, progressivamente, ao girar o rotor<sup>11</sup> no interior do estator<sup>12</sup> no sentido da sucção para a descarga, originando o deslocamento positivo. Este modelo de elevação, representado na Figura 2.5, é constituído normalmente de:

- ✓ Motor elétrico (para geração de energia);
- ✓ Sistema de potência (para transmitir o movimento do motor para as hastes através de polias e cabeçotes);
- ✓ Conjunto de hastes (permitindo transmitir a energia até o fundo do poço onde está localizada a bomba);
- ✓ Bomba formada por rotor e estator (gera a diferença de pressão necessária para elevar os fluidos).

Existem casos em que o motor pode estar diretamente localizado no fundo do poço, dispensando a coluna de hastes para transmitir a energia.

---

<sup>11</sup> Rotor – peça usinada de aço na forma de espiral macho

<sup>12</sup> Estator - camisa formada por um elastômero moldado na forma de espiral fêmea, normalmente com uma espira a mais que o rotor.

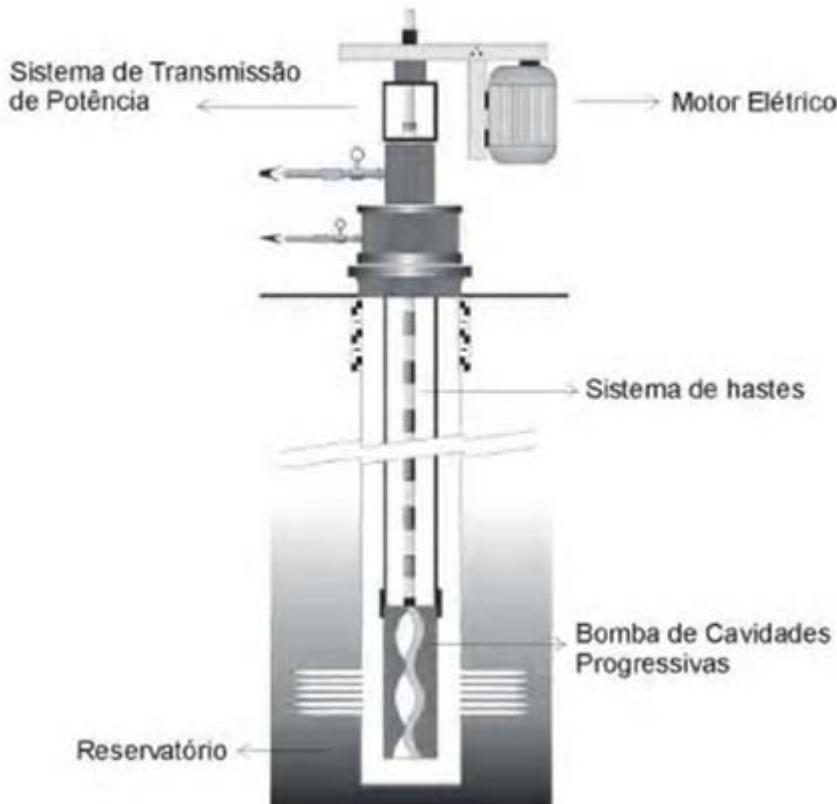


Figura 2.5 – Bomba de Cavidades Progressivas

Fonte: Nascimento, 2005

### 2.3.3.2 Bombeio Centrífugo Submerso (BCS)

Diferente do BCP, a BCS envia energia ao fundo do poço para iniciar o bombeamento através de um cabo elétrico. No fundo, a energia elétrica é transformada em mecânica por um motor de subsuperfície que está diretamente conectado a bomba, que por sua vez fornece energia para o fluido na forma de pressão. Esse processo responsável por fornecer ganho de pressão ao fluido acontece no interior da bomba em um sistema formado por múltiplos estágios. Cada estágio é constituído por um conjunto de impelidor e difusor. O primeiro aumenta a velocidade do fluido, gerando energia cinética; e o segundo reduz sua velocidade, transformando energia cinética em pressão. Os principais equipamentos utilizados em um poço equipado com BCS (Figura 2.6) são:

#### Equipamentos de subsuperfície

- ✓ Bomba (formado por estágios de impelidores e difusores);
- ✓ Admissão da bomba (permite a entrada do fluido na bomba);
- ✓ Motor elétrico (transforma energia elétrica em mecânica);

- ✓ Protetor (previne a entrada de fluido no motor)
- ✓ Cabo Elétrico (leva a energia para o fundo do poço);

#### Equipamentos de superfície

- ✓ Quadro de Comandos (controla e opera equipamentos de fundo);
- ✓ Transformador (transforma tensão da rede elétrica em tensão nominal do motor);
- ✓ Cabeça de Produção (possui passagem para coluna de produção e cabo elétrico);

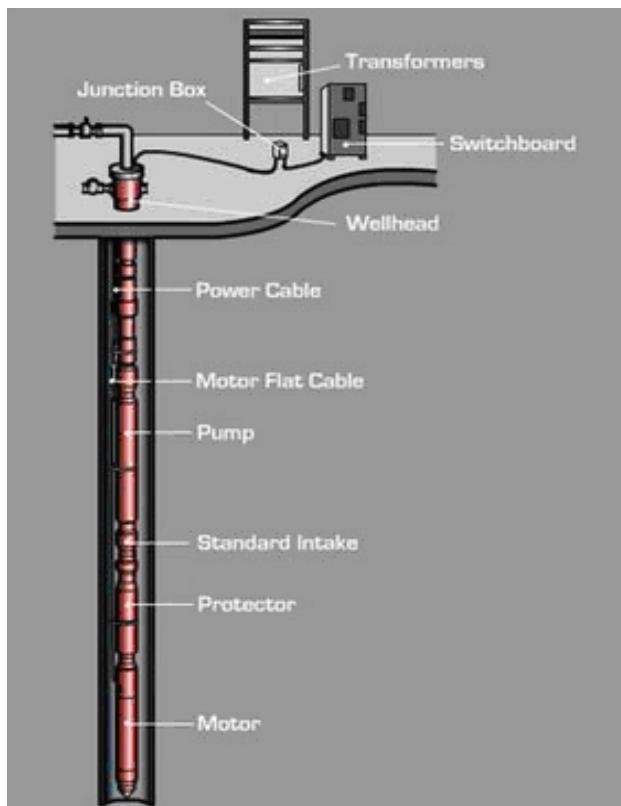


Figura 2.6 – Conjunto Bomba Centrífuga Submersa  
Fonte: *Oil and Gas Processing*, 2009

#### 2.3.3.3 Bombeio Mecânico (BM)

A técnica de elevação por bombeio mecânico (Figura 2.7) está relacionada a um sistema que transfere energia ao fluido através do deslocamento positivo, ou seja, um movimento oscilatório na direção vertical que empurra os fluidos para cima. O motor localizado na superfície gira uma caixa de engrenagens, que por sua vez movimenta uma coluna de hastes de cima para baixo sucessivamente. Esse movimento oscilatório é transferido para a bomba de fundo, equipamento que permite que a energia gerada pelo motor de superfície seja fornecida ao fluido. Para compreender com mais detalhes como

este método auxilia o deslocamento dos fluidos, no anexo I será apresentada uma descrição do ciclo realizado pela bomba de fundo.

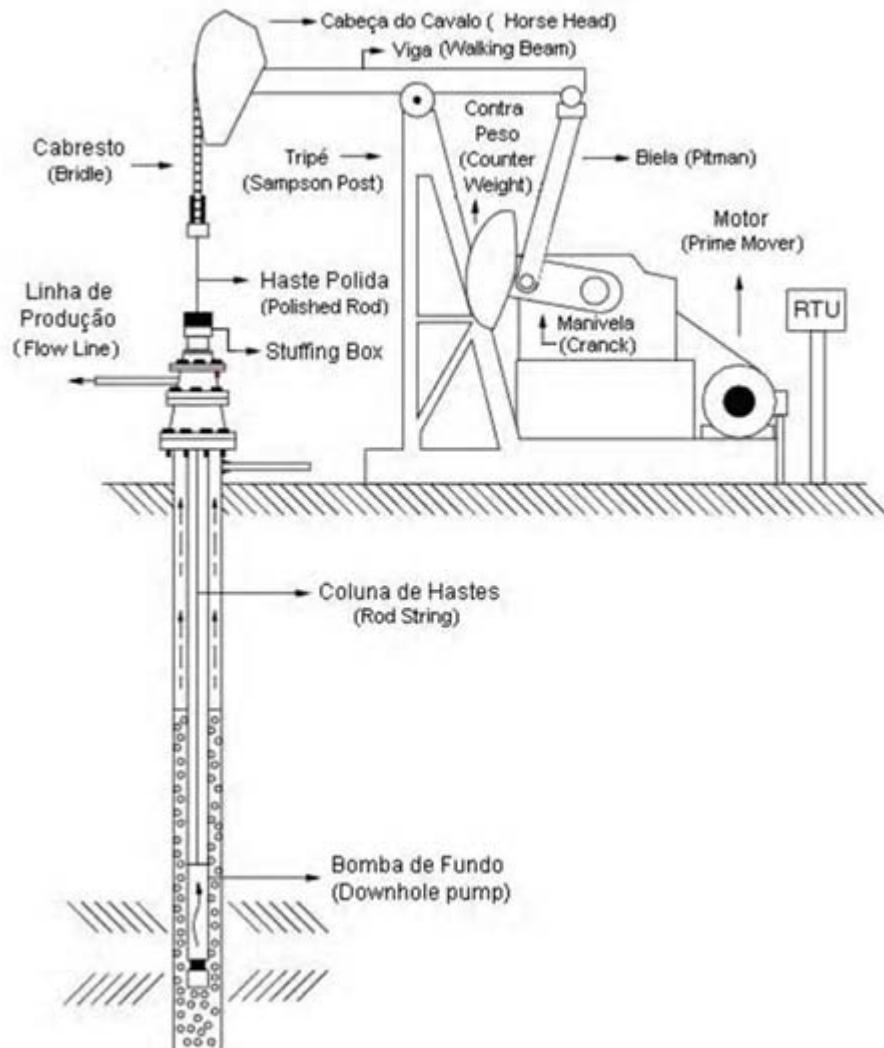


Figura 2.7 – Conjunto do sistema BM  
Fonte: Nascimento, 2005

## 2.4 Gás Lift

Segundo Thomas *et al.* (2001), o GL é um método muito versátil em termos de vazão (1 a 1.700 m<sup>3</sup>/d), de profundidade (até 2.600 metros, dependendo da pressão disponível para injeção), e é favorável para fluidos com alto teor de areia, elevada Razão Gás Líquido (RGL<sup>13</sup>). Este método propicia, ainda, baixos investimentos em poços profundos quando comparado a outros sistemas de elevação artificial.

<sup>13</sup> RGL – mede razão entre gás e líquido, ambos medidos na condição de superfície.

O sistema de elevação por GL consiste na gaseificação da coluna de produção utilizando gás natural com a finalidade de diminuir a densidade média do fluido que está sendo produzido do reservatório. Com isso, a pressão necessária para o deslocamento fluido se reduz por causa do menor gradiente hidrostático obtido da mistura de óleo com gás injetado. A equação 2-5 permite compreender matematicamente esta redução, que ao reduzir a densidade do fluido produzido uma queda na pressão hidrostática será percebida, afetando diretamente a “pressão necessária em fluxo” (equação 2-4).

O processo de injeção de GN funciona a partir de um compressor instalado na plataforma de produção que aplica uma pressão suficiente para permitir empurrar o GN para dentro da coluna de produção através da válvula de gás *lift*, equipamento que possibilita a passagem e o controle de vazão do gás. Esse sistema de elevação está ilustrado na Figura 2.8.

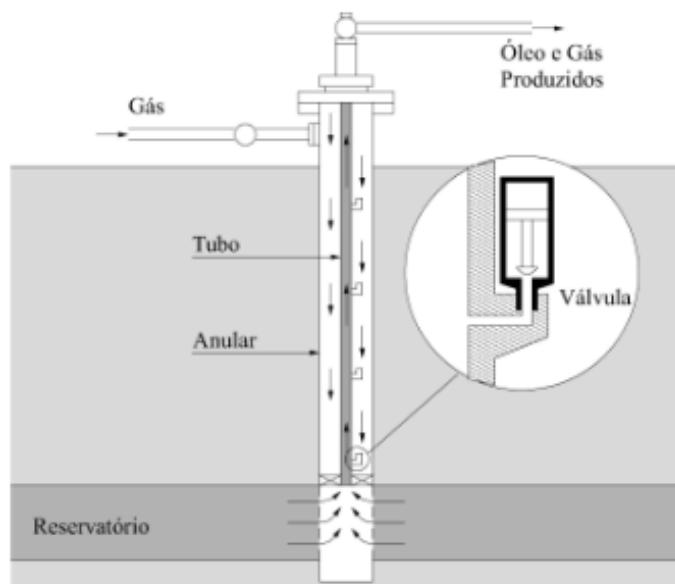


Figura 2.8 – Poço operado por gás *lift*  
Fonte: Conto, 2006

Conforme apresentado na Figura 2.9, o efeito do gás injetado na coluna de produção faz com que a curva de pressão necessária (TPR) decline. Assim, um novo ponto de equilíbrio com maior vazão será estabelecido entre a pressão necessária e a pressão disponível (IPR).

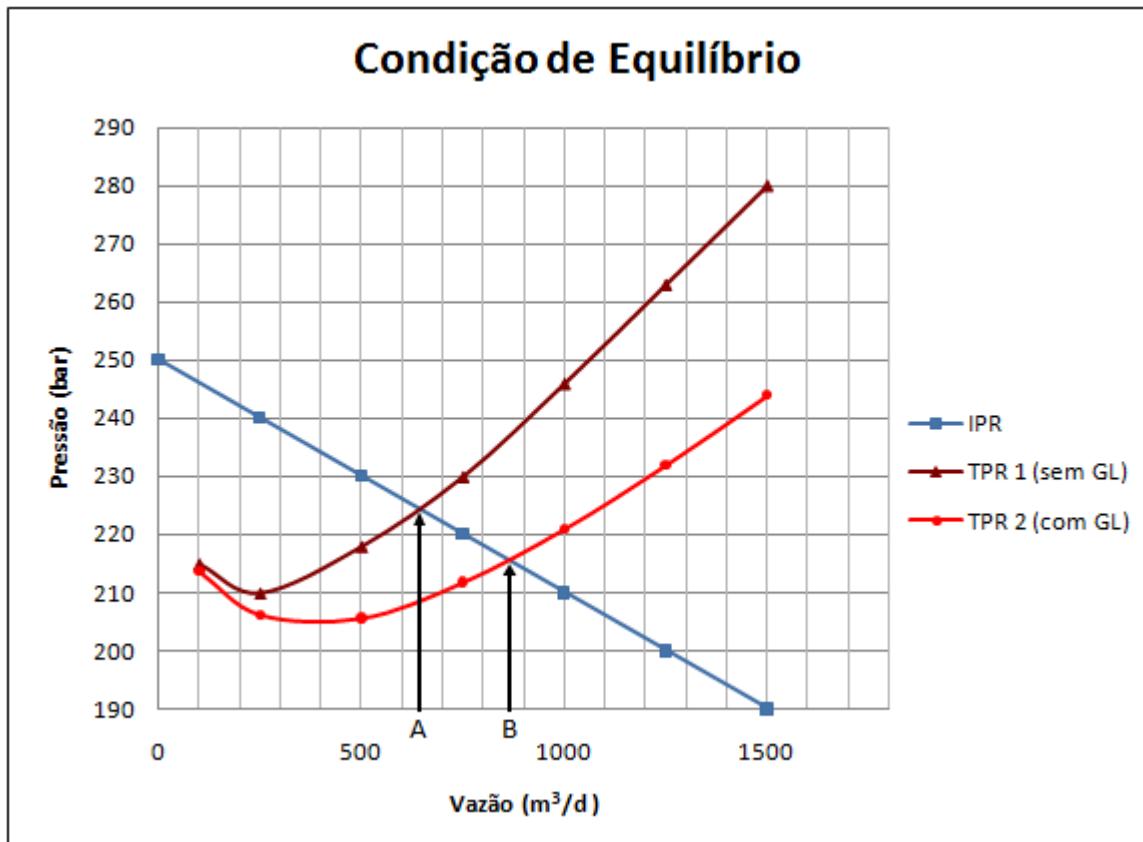


Figura 2.9 – Influência da injeção de GL na curva TPR

Fonte: Elaboração própria.

A análise detalhada desse sistema (Figura 2.9) permite verificar que o ponto de equilíbrio anterior à injeção de GL (ponto A) formado entre a curva de IPR e TPR-1, fixou-se em uma nova condição (ponto B) formado entre a IPR e TPR-2. Para esse caso, demonstra-se que, ao se injetar GN na coluna de produção, altera-se a vazão próxima a  $645\ m^3/d$ , para uma vazão em torno de  $870\ m^3/d$ , apresentando um acréscimo de  $125\ m^3/d$  de fluido.

No próximo exemplo (Figura 2.10), o poço demonstrado não tinha pressão suficiente para produzir em condições naturais, pois a TPR-1 era maior do que a IPR em todos os pontos da curva; tratando-se, portanto, de um poço não surgente. Após a injeção de GL na coluna de produção verifica-se que a demanda de pressão para fluir o poço reduziu, declinando a curva para TPR-2. Neste exemplo, uma faixa da TPR-2 ficou abaixo da IPR possibilitando a produção do referido poço, que fluiu com uma vazão aproximada de  $232\ m^3/d$  em condições de equilíbrio.

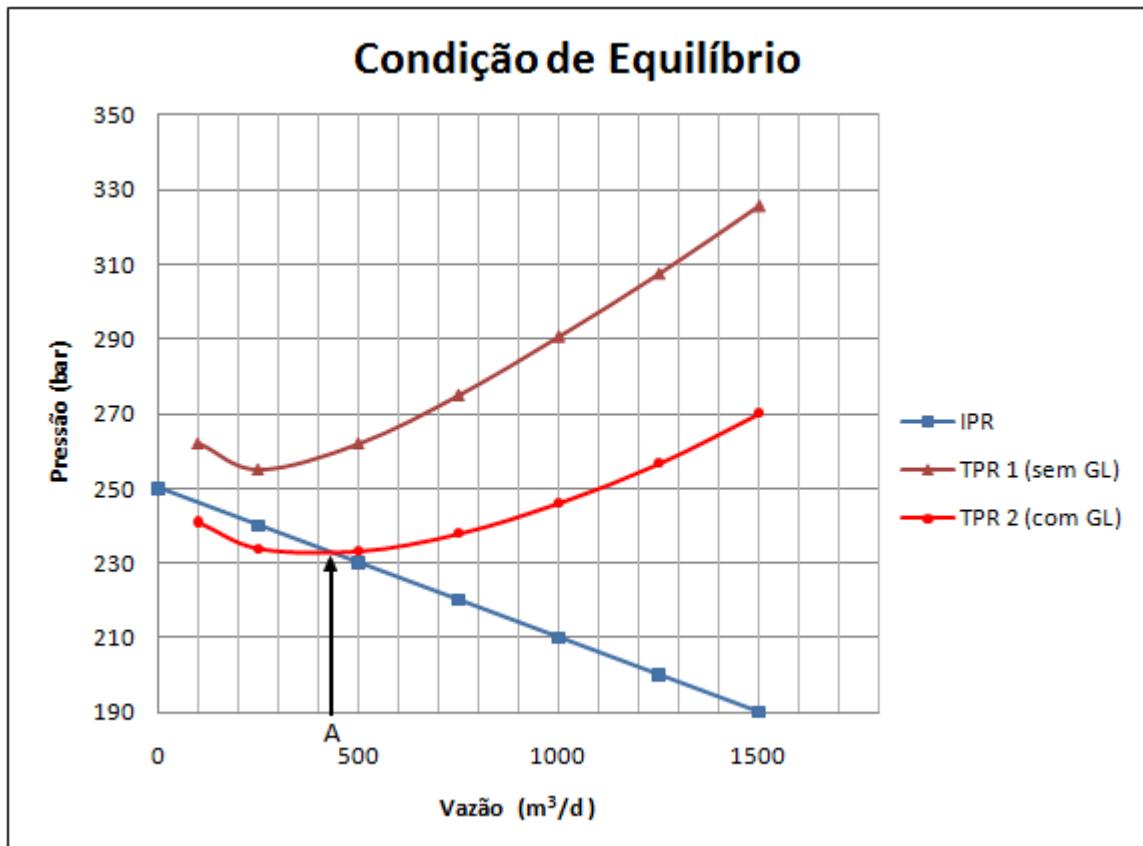


Figura 2.10 – Injeção de GL em um poço não surgente

Fonte: Elaboração própria

## 2.5 Alocação de Gás Lift

A otimização na injeção de GL para um campo de petróleo visando aumentar produção é um assunto que já vem sendo estudado há algum tempo. Mayhill (1974) analisou a relação entre a injeção de gás e a produção de óleo, nomeando esta relação como *Curva de Perfomance do Poço* (CPP<sup>14</sup>). O autor evidenciou também o ponto mais eficiente da injeção como a taxa na qual um incremento nas despesas com injeção do GN é igual a um incremento percentual nos rendimentos produzidos. A Figura 2.11 ilustra o que foi descrito acima, detalhando os pontos de máxima produção e a região econômica de injeção.

<sup>14</sup> CPP – apresenta a relação entre a produção líquida e a injeção de gás *lift* em um poço de petróleo. Quanto maior o ganho na produção através de um delta de aumento no GL, maior será a taxa de retorno da CPP, ou seja, maior a inclinação da curva para uma determinada vazão de injeção de gás.

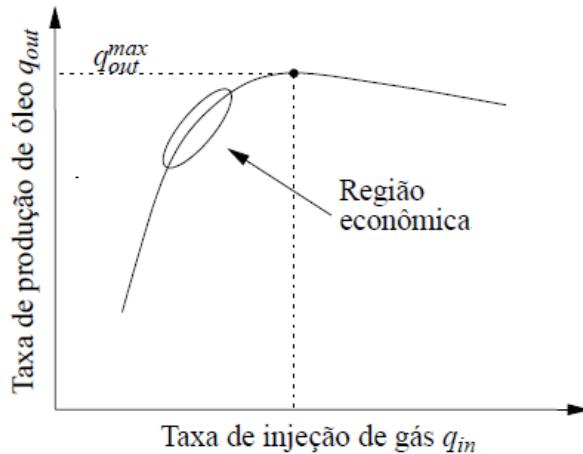


Figura 2.11 – Curva de Performance de Produção

Fonte: Conto, 2006

Redden *et al.* (1974) abordaram o tema pela ótica econômica, buscando uma solução para injeção ótima de GL através de um método iterativo. Este método ranqueava os poços segundo a taxa de retorno da CPP de cada poço e em seguida realizava uma alocação do gás priorizando a injeção naqueles poços que tinham uma CPP com maior inclinação. O método também considerava a limitação de gás comprimido, disponível para GL, que os compressores instalados na plataforma de produção tinham capacidade de pressurizar. Para o encaminhamento do problema foram considerados o custo de compressão, a capacidade limitada de gás e a possibilidade de compressores estarem inoperantes. Apesar de ser um procedimento iterativo de qualidade, este poderia produzir soluções subótimas, ou seja, soluções ótimas locais, mas não necessariamente globais.

Kanu *et al.* (1981) trataram o problema de alocação de GL conforme critérios econômicos em um método chamado *equal slope*, com a finalidade de otimizar a produção na ótica econômica. A metodologia se baseou na construção de gráficos, a partir dos dados de testes de produção dos poços, que permitiram solucionar tanto a questão relativa à alocação de gás, quanto à produção otimizada do campo estudado. Este método tinha também a opção de considerar a restrição em relação à disponibilidade de gás comprimido para GL. Assim, por meio de um dos gráficos desenvolvidos pelo autor, considerando a limitação do gás de injeção, encontrava-se a inclinação ideal da CPP que por sua vez permitia identificar a vazão de óleo e GL devidamente distribuídas. O método, porém, possui algumas limitações, como

incapacidade de tratar poços que não respondem instantaneamente a injeção de gás e a dificuldade de incorporar restrições adicionais.

Nishikiori *et al.* (1989) apresentaram uma técnica não linear para resolver o problema da otimização da taxa de gás *lift*. O trabalho se concentrou em descrever o método de otimização quasi-Newton através do resultado de experimentos numéricos em comparação com o método de alocação da *equal slope*. A modelagem matemática apresentada mostrou ser melhor do que a técnica da *equal slope* e tinha a possibilidade de adicionar novas restrições.

Fang e Lo (1996) desenvolveram um método que transformou o problema não-linear de alocação de GL em um modelo linear de otimização. Propôs, dessa forma, a linearização por partes da CPP, o que veio a trazer uma série de vantagens e abriu possibilidades para solução. Foi possível utilizar algoritmos poderosos de programação linear, permitindo adicionar restrições adicionais e resolver problemas bastante complexos, favorecido pela agilidade para convergência do resultado final quando comparado com ao tempo de resolução dos métodos não lineares existentes da época.

Camponogara e Nakashima (2003) desenvolveram algoritmos de programação dinâmica para tratar a otimização de GL. Os seus métodos consideravam as incertezas das CPPs, permitindo analisar múltiplas curvas para um mesmo poço. Além disso, foram os primeiros a tratar as descontinuidades nas CPPs. No entanto, a principal limitação da programação dinâmica é a dificuldade em se adicionar novas restrições.

Sherali (2001) propôs uma formulação simples para a linearização por partes da CPP através da decomposição desta curva a partir de aproximações lineares convexas. Esta formulação foi mais geral do que as anteriormente desenvolvidas, pois permitia linearizar também funções descontínuas.

Conto (2006) comparou a formulação elaborada por Sherali (2001) com a formulação clássica de linearização por partes para alocação do gás de injeção. Nesse estudo, testes numéricos foram realizados com auxílio de ferramentas computacionais para avaliar o desempenho de tais formulações, podendo assim compará-las. Os resultados mostraram que o modelo de linearização de Sherali (2001) apresentou soluções melhores do que as formulações clássicas.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Descrição do problema para alocação do GL

O problema de alocação de GL consiste em decidir qual a parcela de gás que será injetada em cada poço a fim de maximizar a produção de óleo do campo em análise, respeitando as restrições existentes no sistema. Neste trabalho, as restrições consideradas foram: a disponibilidade máxima de GL, a vazão mínima capaz de permitir injeção em condições controláveis na plataforma e a vazão máxima que a válvula de GL pode operar sem se danificar. O problema descrito acima pode ser representado pelo modelo de programação não linear a seguir (equação 3-1):

$$\begin{aligned} \max Q_o &= \sum_{n=1}^N q_o^n(q_{gi}^n) \\ s.a. \\ \sum_{n=1}^N q_{gi}^n &\leq q_{gi}^{\max} && 3-1 \\ l_n &\leq q_{gi}^n \leq \mu_n \end{aligned}$$

Onde:

$Q_o$  = vazão total de óleo do campo de petróleo;

$N$  = número de poços do campo;

$q_o^n$  = função não linear que representa a curva de performance da vazão de óleo do poço n;

$q_{gi}^n$  = vazão de gás injetado no poço n;

$q_{gi}^{\max}$  = Quantidade máxima de gás natural em alta pressão fornecida pelos compressores que está disponível para injeção nos poços;

$l_n$  = limite mínimo de injeção de gás no poço n;

$\mu_n$  = limite máximo de vazão de gás permitido pela válvula de GL do poço n.

### 3.2 Elaboração da Curva de Performance do Poço (CPP)

Antes de descrever a metodologia para solucionar o problema de programação não-linear da equação 3-1, uma descrição teórica sobre a CPP será apresentada, visando explicar melhor a relação da produção de óleo *versus* a vazão do gás injetado. Nessa proposta, uma correlação matemática entre esses dois parâmetros será apresentada possibilitando modelar tal relação, que será fundamental para resolução desse problema.

A curvatura da CPP depende de vários parâmetros intrínsecos ao poço em questão, como por exemplo, o IP, as características do óleo, o comprimento da linha de escoamento, a pressão estática, a fração de água, a pressão de separação, entre outros. Neste sentido, a Figura 3.1 exemplifica a CPP de quatro poços de produção com diferentes traçados, permitindo inferir algumas considerações.

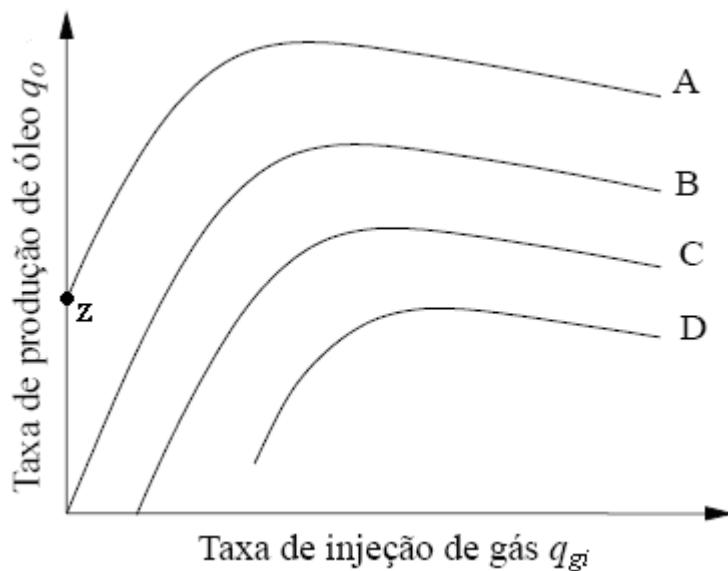


Figura 3.1 – Curva de Performance de quatro poços diferentes  
Fonte: Conto, 2006

Pela curva “A”, verifica-se que o poço representado é surgente (visto que, para  $q_{gi} = 0$ ,  $q_o = Z$ ), e o aumento na injeção de gás possibilita aumentar a produção. A curva “B” demonstra um poço que está na eminência de entrar em produção, qualquer valor na taxa de injeção colocará o mesmo em produção. Na curva representada pelo poço “C”, há a necessidade de uma taxa de injeção mínima a partir da qual o poço comece a fluir para a superfície. Por fim, a curva “D” mostra uma situação semelhante à “C”,

porém a partir de uma determinada vazão de GL o poço dá um salto na produção e começa a produzir em um valor maior do que zero.

### 3.3 Pontos de interesse na CPP

A análise da CPP mostra que a produção de óleo aumenta rapidamente no inicio da curva, com um pequeno acréscimo na vazão de GL. Por outro lado, no final da curva a vazão de óleo aumenta pouco em relação à quantidade de gás injetado na coluna de produção. A partir de certo momento, a produção de óleo começa a diminuir sucessivamente com aumento na injeção de GL, levando a concluir que existem dois pontos importantes para serem analisados, como pode ser observado na Figura 3.2 (pontos A e B).

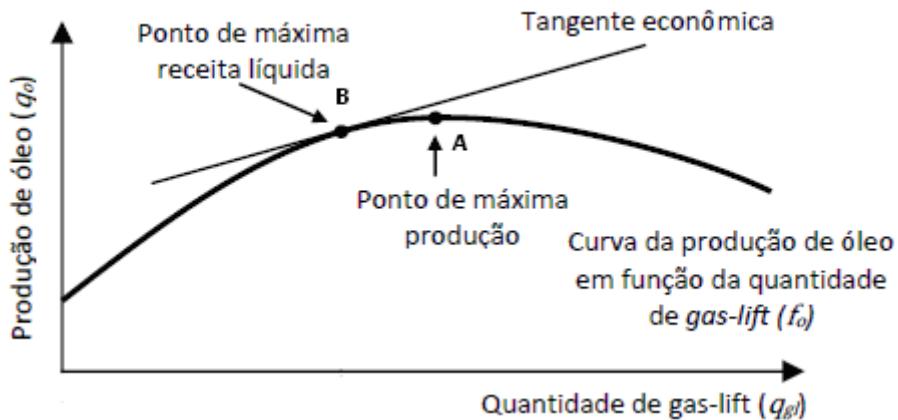


Figura 3.2 – Pontos de máxima produção e de receita máxima na CPP  
Fonte: Lopes et al., 2006

#### 3.3.1 Máxima Produção na CPP

O ponto A, localizado na Figura 3.2, está relacionado ao ponto máximo de produção do poço, aquele em que um aumento na vazão de GL, na quantidade que seja, não mais aumenta a produção de petróleo, e começa a produzir um efeito contrário reduzindo a vazão de óleo. Apesar de a injeção de GL reduzir a densidade média dos fluidos produzidos, após uma determinada vazão desse gás as parcelas referentes à perda de carga por atrito e à aceleração, representadas respectivamente pelas equações 2-6 e 2-7, passam a predominar sobre o ganho hidrostático. Este ponto limite ou ponto

máximo de produção é alcançado quando a derivada da função que descreve a CPP (equação 3-2) for igual a zero.

$$\frac{\partial q_o}{\partial q_{gi}} = 0 \quad 3-2$$

### 3.3.2 Maior Receita na CPP (Tangente Econômica)

O conceito da tangente econômica é utilizado para determinar a vazão de GL que maximiza a receita do poço em produção. Essa vazão de GL é determinada ao encontrar o ponto na CPP cuja derivada corresponde ao valor da tangente econômica.

Conceitualmente, o valor ótimo econômico de produção é alcançado no momento em que os ganhos adicionais com a produção extra de óleo não mais compensam os gastos ocasionados por uma compressão suplementar com GL. A expressão representando o momento em que esta situação é alcançada está descrita na equação 3-3.

$$\Delta q_o (P - C_{ext}) = \Delta q_{gi} C_g \quad 3-3$$

Onde:

$C_g$  = custo de compressão do gás;

$C_{ext}$  = custo de extração do óleo;

$P$  = preço do barril de petróleo.

O rearranjo dessa expressão (equação 3-3) para a forma apresentada na equação 3-4 permite determinar o valor da tangente econômica requerido para encontrar o ponto de interesse na CPP (exemplificado pelo ponto B da Figura 3.2).

$$\frac{\Delta q_o}{\Delta q_{gi}} = \frac{C_g}{(P - C_{ext})} \quad 3-4$$

Compreende-se, portanto, que o ponto de maior lucratividade é alcançado no momento em que a relação entre a variação de produção de óleo sobre variação de GL for igual à fração entre o custo de compressão sobre a diferença entre o preço do barril de petróleo e seu custo de extração.

### **3.3.3 Máxima Produção na CPP versus Maior Receita na CPP**

Existe, portanto duas possibilidades de solução para o programa de otimização de GL, uma focada na maximização da produção de óleo e outra no lucro máximo. A escolha pela proposta de maximizar o lucro parece a princípio óbvia, porém essa escolha pode não ser tão simples de ser implementada, pois exige que se estime o valor do custo de compressão do gás ( $C_g$ ), o que não é uma tarefa simples. O cálculo do  $C_g$  depende de outras variáveis muitas vezes difíceis de serem mensuradas, como a potência demandada, eficiência dos compressores e manutenção dos equipamentos.

Felizmente, como pode ser visto no exercício elaborado no anexo II, a diferença da derivada entre essas duas possibilidades de cálculo difere pouco devido ao alto preço atual do barril de petróleo<sup>15</sup>. Mesmo assim, caso o responsável por realizar a otimização da injeção de gás natural deseje realmente maximizar, de fato, o lucro, existe a possibilidade de inserir a equação 3-4 como nova restrição do modelo citado na equação 3-1, lembrando da necessidade de se estimar o custo de compressão do gás.

---

<sup>15</sup> Para a cotação do barril petróleo brasileiro foi tomado como base o óleo do tipo WTI.

### 3.4 O modelo de Alarcón

Para definir a CPP do poço geralmente é utilizada uma equação polinomial de segundo grau. Entretanto, nesse trabalho será utilizada a proposta apresentada por Alarcón *et al.* (2002), que consiste de uma equação polinomial de segundo grau acrescido de um termo logarítmico, conforme mostra a equação 3-5. Para definir a melhor função que representasse a CPP do poço, Alarcón *et al.* (2002) combinaram linearmente várias funções buscando encontrar aquela combinação que fornecesse o menor erro entre os dados simulados e aqueles obtidos do teste de produção.

$$Q_o = c_1 + c_2 q_{gi} + c_3 q_{gi}^2 + c_4 \ln(q_{gi} + 1) \quad 3-5$$

Os coeficientes  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ , e  $c_4$  são determinados pelo *método dos mínimos quadrados* utilizando os dados de produção obtidos do poço avaliado.

Alarcón *et al.* (2002) fizeram uma análise comparativa entre a curva matemática proposta para a CPP e a equação polinomial de segundo grau tradicionalmente aplicada. A Figura 3.3 e a Figura 3.4 evidenciam esta análise tomando como base os dados reais de produção do poço.

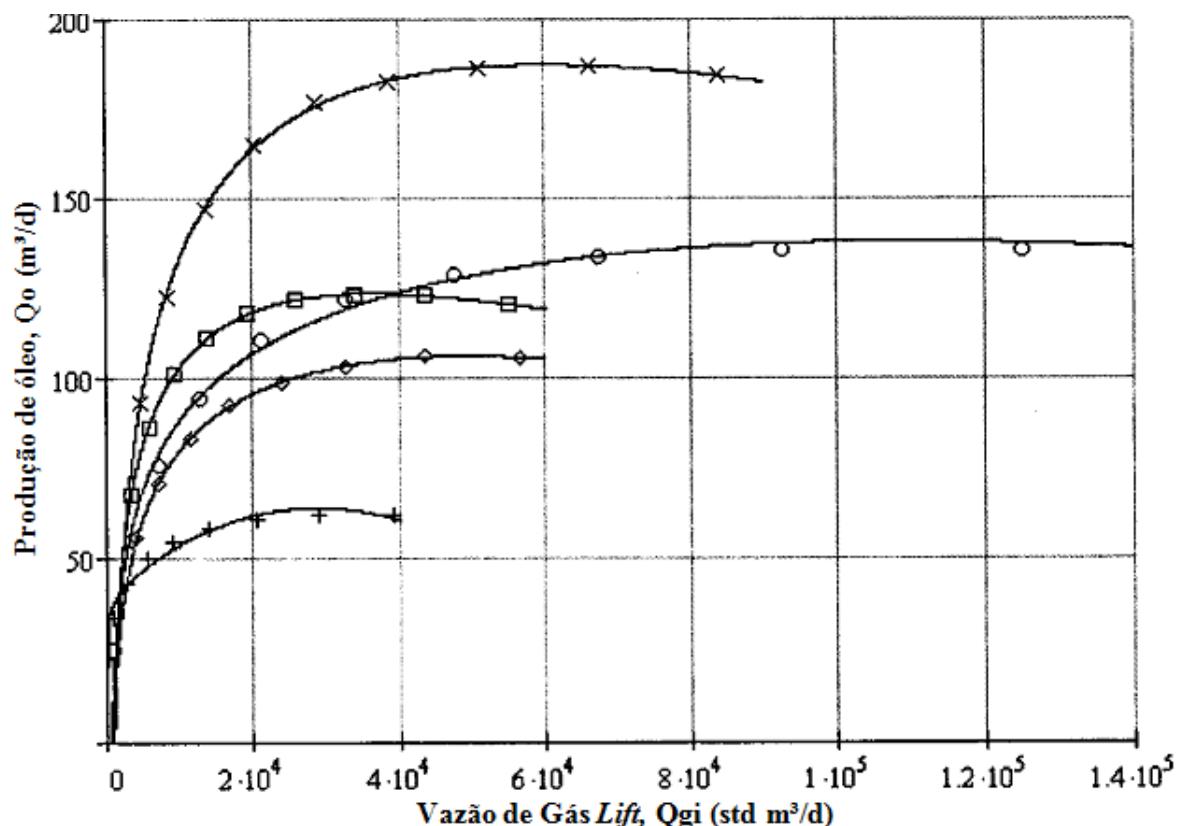


Figura 3.3 – Modelo de Alarcón traçado a partir dos dados de injeção de Niskikiori

Fonte: Alarcón *et al.*, 2002

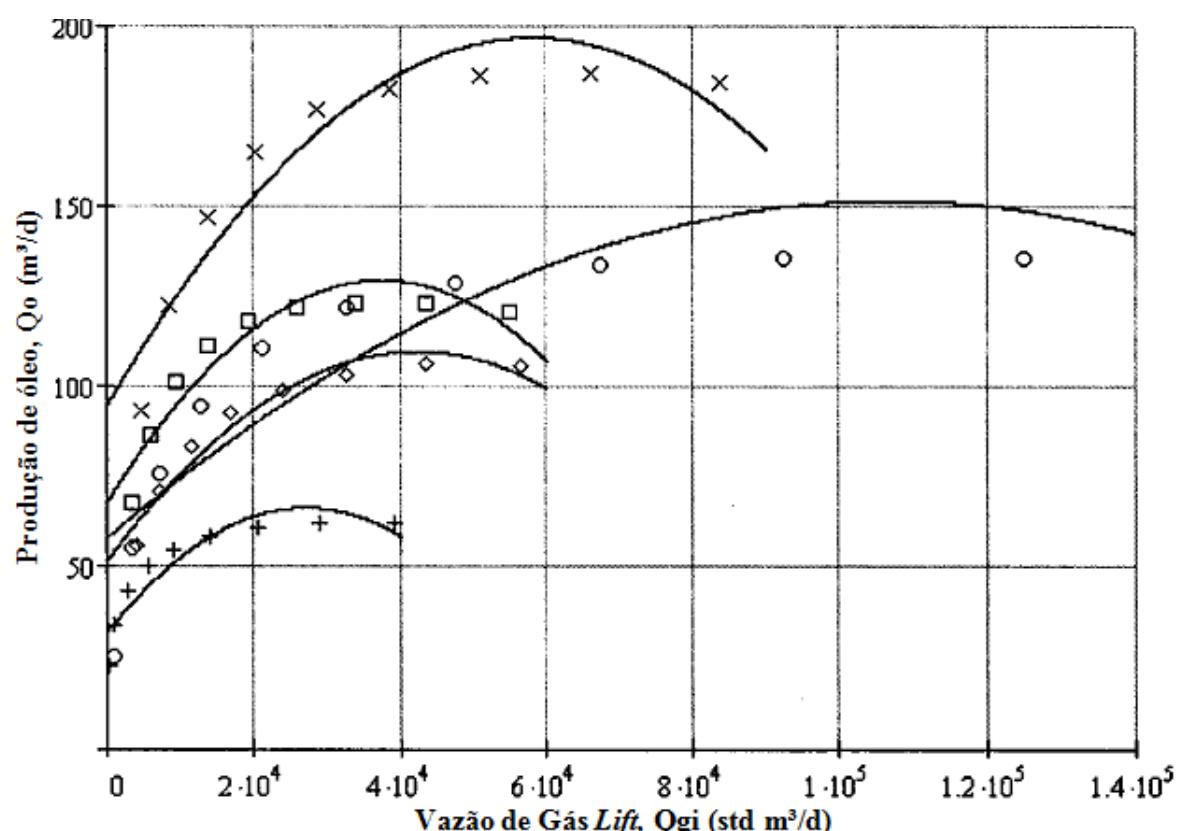


Figura 3.4 – Curva de segundo grau traçado a partir dos dados de injeção de Niskikiori

Fonte: Alarcón *et al.*, 2002

A qualidade do ajuste da curva apresentada por Alarcón *et al.* (2002) mostrou ser melhor do que a equação de segundo grau, geralmente utilizada como padrão para expressar matematicamente a CPP. Na Figura 3.3, a maioria dos pontos ( $Q_{gi}$ ;  $Q_o$ ) de cada poço se acomodaram perfeitamente sobre a curva, mas na Figura 3.4, os pontos não seguem exatamente o comportamento da curva, se posicionando um pouco fora do traçado.

Outra maneira de avaliar a qualidade do ajuste de cada curva seria através do coeficiente de determinação ( $r^2$ ) que avalia a proporção de variação total dos dados em torno da média (equação 3-6). O numerador representa a soma dos quadrados dos desvios de cada ponto da curva ajuste em relação ao ponto médio  $y_{med}$  (equação 3-7) dos dados fornecidos. O denominador representa a soma dos quadrados dos desvios de cada dado fornecido ao ponto médio  $y_{med}$ .

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (c_1 + c_2 q_{gi} + c_3 q_{gi}^2 + c_4 \ln(q_{gi} + 1) - y_{med})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{med})^2} \quad 3-6$$

$$y_{med} = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) \quad 3-7$$

Onde:

$n$  = número de pontos fornecidos por poço;

$y_i$  = dados observados da vazão de óleo obtido do teste de produção do poço;

$y_{med}$  = valor médio dos dados vazão de óleo obtido do teste de produção do poço.

### 3.5 Análise dos Resíduos

Para dar uma credibilidade maior ao modelo de Alarcón *et al.* (2002) será feita a análise dos resíduos, que são gerados da diferença entre os dados observados de produção e os valores ajustados por este modelo. Caso o modelo seja adequado, espera-se que os resíduos não apresentem algum comportamento bem definido, podendo ser classificados como resíduos aleatórios. Ao contrário, se existir alguma estrutura de

dependência nos resíduos e este puder ser modelado, não poderá ser classificado como resíduo aleatório e, consequentemente, o modelo deverá ser reespecificado.

Assim, os resíduos devem seguir os seguintes pressupostos para que sejam classificados como resíduos aleatórios (WONNACOTT, 1977):

- Seguir uma distribuição normal;
- Ter média zero;
- Ter variância ( $\sigma^2$ ) constante;
- Ser independentes.

### 3.5.1 Pressuposto da Distribuição Normal

Para avaliar se os resíduos seguem uma distribuição normal será utilizado o gráfico Normal *Q-Q Plot* que representa os *quantis* de probabilidade esperados *versus* os resíduos padronizados (WONNACOTT, 1977).

Para começar a elaborar esse gráfico começa-se por padronizar os resíduos de forma que obtenham desvio padrão unitário (equação 3-8). A seguir, os resíduos são ordenados de forma crescente.

$$d_i' = \frac{d_i - 0}{S} \quad \text{onde } S^2 = \frac{SSE}{n-k-1} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-k-1} \quad 3-8$$

Onde:

$d_i$  = diferença entre o valor observado e o valor estimado

$n$  = número de pontos fornecidos

$k$  = grau de liberdade

$S$  = desvio padrão

No gráfico *Q-Q Plot*, os quantis de probabilidades esperadas, ou seja, os  $z_i$  (equação 3-9) estão representados no eixo das ordenadas, e os resíduos padronizados são alocados no eixo das abscissas.

$$P(Z < z_i) = \frac{i - 0.5}{10} \quad 3-9$$

Onde:

$P(Z < z_i)$  = função de distribuição de probabilidade

$i$  = iésimo termo

Após construir o gráfico, se os pontos se posicionarem mais ou menos sobre uma reta, os resíduos poderão ser considerados como uma distribuição normal.

### 3.5.2 Pressupostos da Média Nula, Variância Constante e Independência

As confirmações dos pressupostos de média nula, variância constante e independência podem ser verificadas graficamente, inserindo os resíduos encontrados em torno da reta correspondente ao resíduo zero (WONNACOTT, 1977). Caso estes se distribuam aleatoriamente, formando uma mancha de largura uniforme, esses três pressupostos poderão ser confirmados.

## 3.6 Método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG)

Na teoria, existem métodos analíticos capazes de solucionar alguns problemas de otimização, porém muitas vezes a resolução é tão complexa que dificulta muito uma solução analítica. Outros problemas, no entanto, são impossíveis de serem resolvidos analiticamente. Para facilitar ou possibilitar a resolução dos problemas otimização utilizam-se, então, os métodos numéricos de busca, como por exemplo, os métodos heurísticos, a programação quadrática sequencial (*Sequential Quadratic Programming - SQP*), o algoritmo do gradiente reduzido, entre outros.

Neste trabalho, o método utilizado para solucionar a questão envolvendo a otimização de GL para uma plataforma será o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG),

disponível no aplicativo *solver* do *Excel* da *Microsoft*. Com intuito de comprovar a eficácia do GRG para o tipo de problema encontrado neste trabalho será elaborado um comparativo, no capítulo 4, entre os resultados obtidos por este algoritmo com aqueles encontrados através do algoritmo genético<sup>16</sup>.

Antes de descrever o algoritmo do GRG, será descrito como determinar analiticamente o ponto ótimo de uma função  $y(x_1; x_2; \dots; x_n)$  sujeito a “m” equações de restrição  $f_i(x_1; x_2; \dots; x_n) = 0$ .

Existem três métodos para a determinação analítica dos pontos de máximo ou mínimo, eles são: a substituição direta, a Variação Restrita (*Constrained Variation*) e o método dos multiplicadores de *Lagrange*. Nesse trabalho, será apresentada brevemente a técnica da variação restrita que será a base para formular o algoritmo GRG.

### 3.6.1 Variação Restrita

Essa técnica tem sido pouco utilizada para uma resolução analítica de problemas multivariáveis, mas fornece uma base teórica importante para os métodos numéricos de busca, como é caso do algoritmo GRG (SMITH *et al.*, 1970).

A idéia básica deste método é encontrar uma expressão diferencial aproximada de primeira ordem da função objetivo que atenda para todos os pontos as restrições do problema (RAO, 2009). Para a demonstração desta técnica um caso simples contendo duas variáveis independentes será demonstrado. Nesse exemplo (Figura 3.5), existe um mínimo local, no ponto “A”, um máximo local no ponto “B” e ainda um valor máximo desconsiderando quaisquer restrições do sistema, no ponto “C”.

---

<sup>16</sup> O algoritmo genético está disponível no aplicativo *solver* do *Excel* da versão 2010.

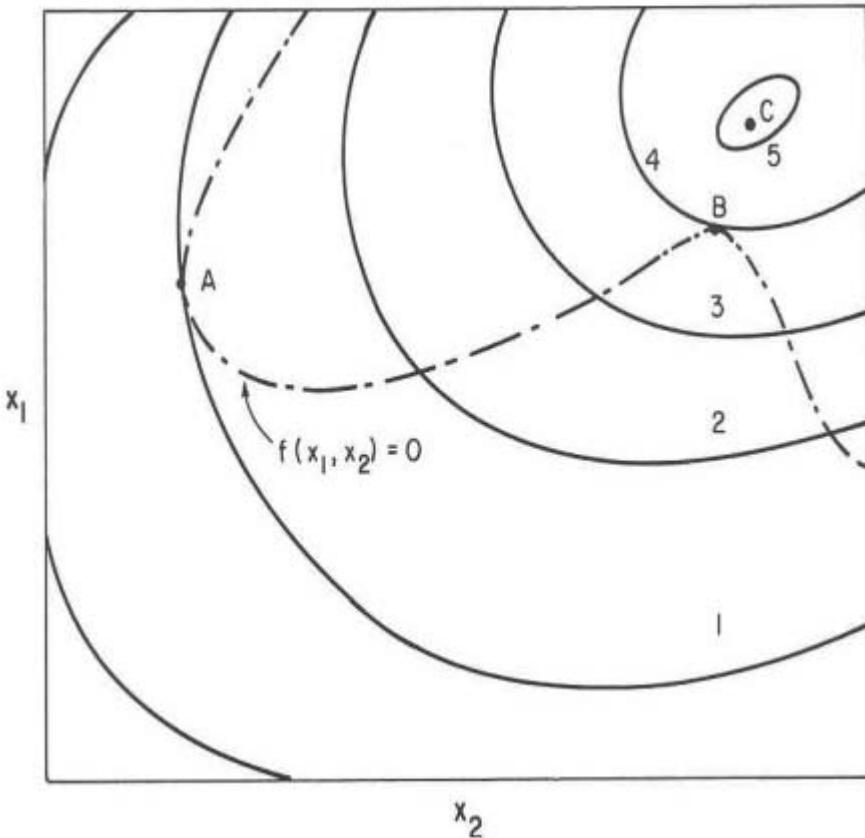


Figura 3.5 – Esboço de uma função objetiva  $y(x_1, x_2)$  e uma restrição  $f(x_1, x_2)=0$

Fonte: Minerals Processing Research Institute, 2010

Se o objetivo fosse encontrar um ponto de mínimo esse problema (equação 3-10) se resumiria a:

$$\text{Minimizar: } y(x_1, x_2)$$

3-10

$$\text{Sujeito a: } f(x_1, x_2) = 0$$

Primeiramente, para encontrar um ponto de mínimo a derivada total da função objetiva deve ser igual a zero.

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 = 0 \quad 3-11$$

Além disso, para que o ponto de mínimo encontrado seja válido é necessário atender a restrição existente,  $f(x_1^*; x_2^*)=0$ . Nesse ponto, quaisquer variações infinitesimais das variáveis  $x_1$  e  $x_2$  que continuam atendendo a restrição do problema,

ou seja, que acompanham a curva da restrição, são chamadas de variações admissíveis (equação 3-12).

$$f(x_1^* + dx_1; x_2^* + dx_2) = 0 \quad 3-12$$

A equação 3-12 pode ser aproximada pela expansão nos primeiros termos da série de Taylor.

$$f(x_1^* + dx_1; x_2^* + dx_2) \approx \left[ f(x_1^*; x_2^*) + \frac{\partial f(x_1^*; x_2^*)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f(x_1^*; x_2^*)}{\partial x_2} dx_2 \right] = 0 \quad 3-13$$

Neste caso, considerando que  $f(x_1^*; x_2^*)=0$  a equação 3-13 pode ser reduzida a:

$$df = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 \right] = 0 \quad \text{para } (x_1^*; x_2^*) \quad 3-14$$

A expressão obtida acima (equação 3-14) precisa ser satisfeita para todas variações admissíveis. A Figura 3.6 ilustra a curva PQ formada pelo conjunto de pontos que satisfazem a restrição do problema (equação 3-10). Se o ponto A for considerado como o ponto ótimo  $(x_1^*; x_2^*)$ , variações infinitesimais em  $x_1$  e  $x_2$  que levam ao ponto B e C são chamadas de variações admissíveis. Por outro lado, variações em  $x_1$  e  $x_2$  que levam ao ponto D não são admitidas, pois este ponto não se situa na curva PQ.

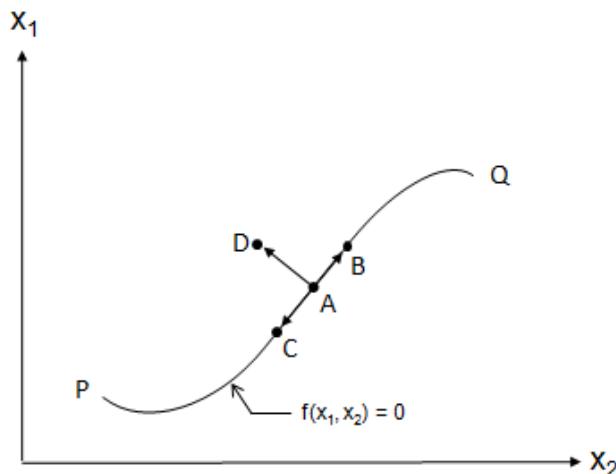


Figura 3.6 – Curva PQ formada pelos pontos que satisfazem a restrição do problema  
Fonte: RAO, 2009

Com o rearranjo da equação 3-14, encontra-se uma relação entre  $dx_1$  e  $dx_2$ .

$$dx_2 = - \left[ \frac{\partial f / \partial x_1}{\partial f / \partial x_2} (x_1^*; x_2^*) dx_1 \right] = 0 \quad 3-15$$

Ao invés de ter que decidir quais as alterações em  $x_1$  e  $x_2$  permanecem dentro do conjunto de variações admissíveis, a relação obtida pela equação 3-15 indica que uma modificação aleatória infinitesimal em  $x_1$  decide automaticamente a variação ocasionada na variável  $x_2$ . Substituindo a equação 3-15 na equação 3-11, obtém-se:

$$dy = \left( \frac{\partial y}{\partial x_1} - \frac{\partial f / \partial x_1}{\partial f / \partial x_2} \frac{\partial y}{\partial x_2} \right) dx_1 = 0 \quad \text{para } (x_1^*; x_2^*) \quad 3-16$$

O lado esquerdo da equação 3-16 é chamado de Variação Restrita (*Constrained Variation*) da função objetivo. Uma vez que  $dx_1$  pode ser escolhido arbitrariamente, a equação 3-16 pode ser resumida a:

$$\left( \frac{\partial y}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} - \frac{\partial y}{\partial x_2} \frac{\partial f}{\partial x_1} \right) = 0 \quad 3-17$$

A equação 3-17 encontrada acima representa a condição necessária a fim de obter os pontos de extremo (máximo ou mínimo).

O sistema formado pela equação 3-17 com a restrição do problema (equação 3-10) permite localizar um desses pontos de extremo. Ressalta-se que as derivadas parciais da função objetiva,  $\partial y / \partial x_1$  e  $\partial y / \partial x_2$ , não são necessariamente iguais a zero, exceto no ponto irrestrito C.

Esta técnica está ilustrada no exemplo a seguir (equação 3-18).

Otimizar:  $y(x) = x_1 x_2$  3-18  
 Sujeito a:  $f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0$

As derivadas parciais deste problema são:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = x_2; \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = x_1; \quad \frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 2x_2$$

Substituindo estas derivadas parciais na equação 3-17, chega-se na equação 3-19:

$$x_2^2 - x_1^2 = 0 \quad 3-19$$

Resolvendo o sistema formado pela equação 3-19 com restrição do problema 3-18, os pontos de máximo ou mínimo da função objetivo (equação 3-18) encontrados são:

$$x_1 = \pm (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \quad \text{e} \quad x_2 = \pm (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}$$

### 3.6.2 O algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado

O Método GRG como o próprio nome diz é uma generalização feita por Abadie e Carpentier (1969) do Método do Gradiente Reduzido desenvolvido por Wolfe (1963). Essa generalização permitiu que o método fosse aplicado a restrições lineares e não-lineares.

Segundo Fritsche (1978), a idéia presente nessa metodologia é uma extensão não-linear do método simplex utilizado para problemas lineares. O fundamento do algoritmo GRG baseia-se em converter um problema restrito em outro irrestrito, criando um vetor de busca, para facilitar o encontro do ponto ótimo do problema em interesse. Este algoritmo trata-se de um método numérico que procura localizar um ponto de máximo ou de mínimo, a partir de um valor inicial aleatório que esteja dentro do limite aceito pelas restrições do problema.

Baseado no desenvolvimento descrito no *site Minerals Processing Research Institute* (MPRI), será apresentado o conceito do algoritmo GRG, apoiado na teoria do método da Restrição Variacional. Para demonstração desse conceito, primeiramente, será descrito a resolução numérica para o problema contendo duas variáveis e uma restrição (equação 3-10), depois um caso geral será descrito.

Expandindo as equações acima nos termos lineares da série de Taylor, utilizando para isso um ponto  $x_k$  ( $x_{1k}$ ,  $x_{2k}$ ) qualquer que atenda a restrição existente, encontra-se:

$$y(x) = y(x_k) + \frac{\partial y(x_k)}{\partial x_1}(x_1 - x_{1k}) + \frac{\partial y(x_k)}{\partial x_2}(x_2 - x_{2k}) \quad 3-20$$

$$0 = f(x_k) + \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_1}(x_1 - x_{1k}) + \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2}(x_2 - x_{2k}) \quad 3-21$$

Substituindo a equação 3-21 na equação 3-20 a fim de eliminar  $x_2$ , chega-se em uma função dependente apenas de  $x_1$ .

$$\begin{aligned} y(x) &= y(x_k) - \left( \frac{\partial y(x_k)}{\partial x_2} \right) \left( \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2} \right)^{-1} f(x_k) + \\ &+ \left( \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2} \right)^{-1} \left[ \left( \frac{\partial y(x_k)}{\partial x_1} \right) \left( \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_2} \right) - \left( \frac{\partial y(x_k)}{\partial x_2} \right) \left( \frac{\partial f(x_k)}{\partial x_1} \right) \right] (x_1 - x_{1k}) \end{aligned} \quad 3-22$$

Encontra-se a partir da derivada da equação 3-22 em relação à variável  $x_1$  o vetor de busca, que indicará a direção desta variável. Neste vetor, observa-se que os dois primeiros termos além do coeficiente de  $(x_1 - x_{1k})$  são conhecidos, e evoluem a partir de cada iteração. A busca da solução ótima ocorre até um limite em que não há mais um melhoramento apreciável na solução.

### 3.6.3 Demonstração do caso geral

Considere o problema não linear a seguir:

Otimizar  $y(\vec{x})$

$$f_i(\vec{x}) = 0 \quad \text{para } i=1,2, \dots, m \quad 3-23$$

$$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad \text{para } j=1,2, \dots, n-m$$

Para permitir o início do procedimento de busca, algumas considerações devem ser atendidas, visando adequar o problema em questão às necessidades do algoritmo. A primeira consideração exige que todas as restrições sejam equações de igualdade, e caso

alguma dessas restrições forem inequações, será necessário adicionar uma variável de folga para cada inequação existente a fim de transformá-la em uma expressão de igualdade.

As inequações do problema 3-23 requerem a adição ( $n-m$ ) variáveis de folga não negativas para atender a condição de igualdade exigida pelo algoritmo GRG. Com essa adição existirão ( $n$ ) restrições de igualdade como indica a equação 3-24.

$$f_i(\vec{x}) = 0 \quad \text{para } i=1,2, \dots, n \quad 3-24$$

A segunda condição indica a separação das variáveis independentes em básicas e não-básicas. Na programação linear as variáveis básicas “ $x_b$ ” são positivas e as não-básicas são nulas. Na programação não-linear as variáveis não-básicas são utilizadas para calcular as variáveis básicas e para direcionar o modelo para o ponto ótimo econômico, representando as variáveis de folga adicionadas ao problema. As equações de restrição ficam, portanto, em função das variáveis básicas e não-básicas (equação 3-25):

$$f_i(\vec{x}) = f_i(\vec{x}_b, \vec{x}_{nb}) = 0 \quad \text{para } i=1,2, \dots, n \quad 3-25$$

Nesse momento, as equações de restrição (equação 3-25) são então rearranjadas a fim de isolar as variáveis básicas para que fiquem em função das variáveis não-básicas.

$$\vec{x}_b = h(\vec{x}_{nb}) \quad 3-26$$

A equação 3-26 encontrada permite substituir as variáveis básicas da função objetivo que fica representada por variáveis não-básicas somente, as quais são manipulados para solucionar o problema de otimização (equação 3-27).

$$y(\vec{x}) = y(\vec{x}_b, \vec{x}_{nb}) = y[h(\vec{x}_{nb}); \vec{x}_{nb}] \quad 3-27$$

O primeiro passo na elaboração do algoritmo é calcular a derivada total da função objetivo e expandir a equação de restrição nos termos lineares da série de Taylor, encontrando, respectivamente, as equações 3-28 e 3-29.

$$dy(\vec{x}) = \nabla_b^T y(\vec{x}) dx_b + \nabla_{nb}^T y(\vec{x}) dx_{nb} \quad 3-28$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial f_i(\vec{x})}{\partial x_j} dx_{i,b} + \sum_{j=m+1}^n \frac{\partial f_i(\vec{x})}{\partial x_j} dx_{i,nb} \quad \text{para } i=1,2, \dots, n \quad 3-29$$

Colocando a equação 3-29 na forma matricial (equação 3-30).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_i(\vec{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_i(\vec{x})}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m(\vec{x})}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_m(\vec{x})}{\partial x_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{1,b} \\ \vdots \\ dx_{m,b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_i(\vec{x})}{\partial x_{m+1}} & \cdots & \frac{\partial f_i(\vec{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m(\vec{x})}{\partial x_{m+1}} & \cdots & \frac{\partial f_m(\vec{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_{m+1,nb} \\ \vdots \\ dx_{n,nb} \end{bmatrix} = 0 \quad 3-30$$

A equação 3-30 define uma matriz  $B_b$  das derivadas parciais de primeira ordem de  $f_i$  associado às variáveis básicas, e uma matriz  $B_{nb}$  associado às variáveis não-básicas. Esta simplificação permite reescrever a equação 3-30 no formato apresentado na equação 3-31.

$$B_b dx_b + B_{nb} dx_{nb} = 0 \quad 3-31$$

Isolando  $dx_b$  encontra-se a equação 3-32.

$$dx_b = -B_b^{-1} B_{nb} dx_{nb} \quad 3-32$$

Esta forma conveniente definida na equação 3-32 pode ser utilizada para eliminar  $dx_b$  da equação 3-28, chegando se na equação 3-33.

$$dy(\vec{x}) = \nabla_{nb}^T y(\vec{x}) dx_{nb} - \nabla_b^T y(\vec{x}) B_b^{-1} B_{nb} dx_{nb} \quad 3-33$$

Com a divisão da equação 3-33 por  $d\mathbf{x}_{nb}$ , obtém-se o gradiente reduzido generalizado,  $G_R$ , ou melhor, a direção de busca (equação 3-34).

$$G_R = \frac{dy(\vec{x})}{d\mathbf{x}_{nb}} = \nabla_{nb}^T y(\vec{x}) - \nabla_b^T y(\vec{x}) B_b^{-1} B_{nb} \quad 3-34$$

De posse dos valores da derivada parcial da função objetiva e das equações de restrição, o GRG pode agora ser calculado pela equação 3-34. Com o valor do GRG calculado, este é inserido na equação 3-35 para formar uma nova iteração.

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \alpha_n G_R \quad 3-35$$

O comprimento do passo para busca da solução ótima, Alfa ( $\alpha$ ), evolui juntamente com a modificação no  $G_R$ , sendo que as variáveis  $\mathbf{x}_b$  e  $\mathbf{x}_{nb}$  precisam ser conhecidas a cada etapa.

Procedimento:

1. Adicionar as variáveis de folga nas restrições de desigualdade;
2. Calcular o  $G_R$ ;
3. Colocar as variáveis de decisão em função de alfa;
4. Calcular o valor de alfa através da derivada da função objetiva;
5. Calcular  $\mathbf{x}_{n+1}$ ;
6. Com um valor mínimo para a função objetivo obtido nesta direção, o processo volta ao passo (2);
7. O procedimento continua até conseguir a convergência.

Para demonstrar a funcionalidade do algoritmo GRG um problema desenvolvido no *MPRI* está apresentado no anexo III.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Campo da Petrobras

O estudo de caso realizado foca na plataforma de produção localizada em um dos campos que é concessão da Petrobras. Esta plataforma produz petróleo através da extração em 10 poços perfurados que utilizam o GL como método de elevação. O GL é utilizado para aumentar a vazão de óleo ou para permitir produção daqueles poços que não são surgentes. Para cada um destes poços foi elaborada a CPP utilizando a equação 3-5 contextualizada no artigo de Alarcón *et al.* (2002).

O equacionamento algébrico da CPP é realizado com base no conjunto de pontos (vazão de óleo e injeção de GL) fornecidos no teste de produção do poço realizado na unidade de produção. A Tabela 4.1 mostra o resultado desse equacionamento para os 10 poços analisados, destacando o valor encontrado para cada um dos coeficientes da equação 3-5. Como foi comentado no item 3.4, esses coeficientes foram calculados a partir dos pontos obtidos do teste de produção utilizando o *método dos mínimos quadrados*.

Tabela 4.1 – Coeficiente das CPPs segundo o modelo de Alarcón

Poço	$C_1$ ( $\text{m}^3/\text{d}$ )	$C_2$ *	$C_3$ ( $\text{m}^3/\text{d}$ ) <sup>-1</sup>	$C_4$ ( $\text{m}^3/\text{d}$ )
HG-01	- 301,53	- $53,5 \times 10^{-2}$	$9,3 \times 10^{-5}$	152,33
HG-02	- 27,75	- $41,6 \times 10^{-2}$	$25,7 \times 10^{-5}$	84,02
HG-03	- 145,61	$17,1 \times 10^{-2}$	- $46,2 \times 10^{-5}$	126,01
HG-04	199,95	- $26,5 \times 10^{-2}$	- $20,4 \times 10^{-5}$	169,20
HG-05	- 1125,15	- $299,9 \times 10^{-2}$	$180,0 \times 10^{-5}$	591,84
HG-06	- 34,81	- $3,87 \times 10^{-2}$	- $23,9 \times 10^{-5}$	122,53
HG-07	- 333,94	- $117,6 \times 10^{-2}$	$28,0 \times 10^{-5}$	167,09
HG-08	- 601,36	$4,1 \times 10^{-2}$	- $106,4 \times 10^{-5}$	185,98
HG-09	354,84	- $55,0 \times 10^{-2}$	- $17,0 \times 10^{-5}$	165,41
HG-10	- 85,28	- $10,7 \times 10^{-2}$	- $22,8 \times 10^{-5}$	83,77

\* o coeficiente  $C_2$  é adimensional  
Fonte: Elaboração própria

Com as CPPs ajustadas, foi realizado o cálculo do coeficiente de determinação ( $r^2$ ) de cada uma dessas curvas, comparando-os com aqueles obtidos através das CPPs equacionadas pelo polinômio de segundo grau (Tabela 4.2).

Tabela 4.2 – Coeficiente de determinação ( $r^2$ )

Poço	Curva de Alarcón	Curva de 2º grau
HG-01	1,0000	0,9623
HG-02	0,9991	0,9464
HG-03	1,0000	0,9913
HG-04	0,9998	0,9808
HG-05	0,9992	0,9407
HG-06	0,9996	0,9870
HG-07	0,9996	0,8890
HG-08	0,9990	0,9804
HG-09	0,9991	0,9503
HG-10	0,9995	0,9775

Fonte: elaboração própria

Verificou-se em todos os casos que as curvas elaboradas pelo método de Alarcón *et al.* (2002) obtiveram um correlacionamento melhor do que a curva formada pelo polinômio de segundo grau. Os indicadores de qualidades calculados a partir dos pontos fornecidos pelos testes de produção foram muito bons, aproximando bastante do grau de qualidade ótimo ( $r^2 = 1$ ).

## 4.2 Análise dos resíduos do poço HG-07

Para dar maior credibilidade ao modelo de Alarcón *et al.* (2002), foi realizada a análise dos resíduos no poço HG-07, o qual foi escolhido aleatoriamente. Como foi descrito no capítulo 3, os resíduos nada mais são do que a diferença entre os dados reais, neste caso aqueles obtidos do teste de produção, e os dados da curva ajustada. A Figura 4.1 auxilia a verificar graficamente os resíduos formados pelos dois métodos comparados, com os dados coletados do teste de produção do poço HG-07. Percebe-se

claramente que a curva de Alarcón *et al.* (2002) ajusta-se melhor aos dados de produção.

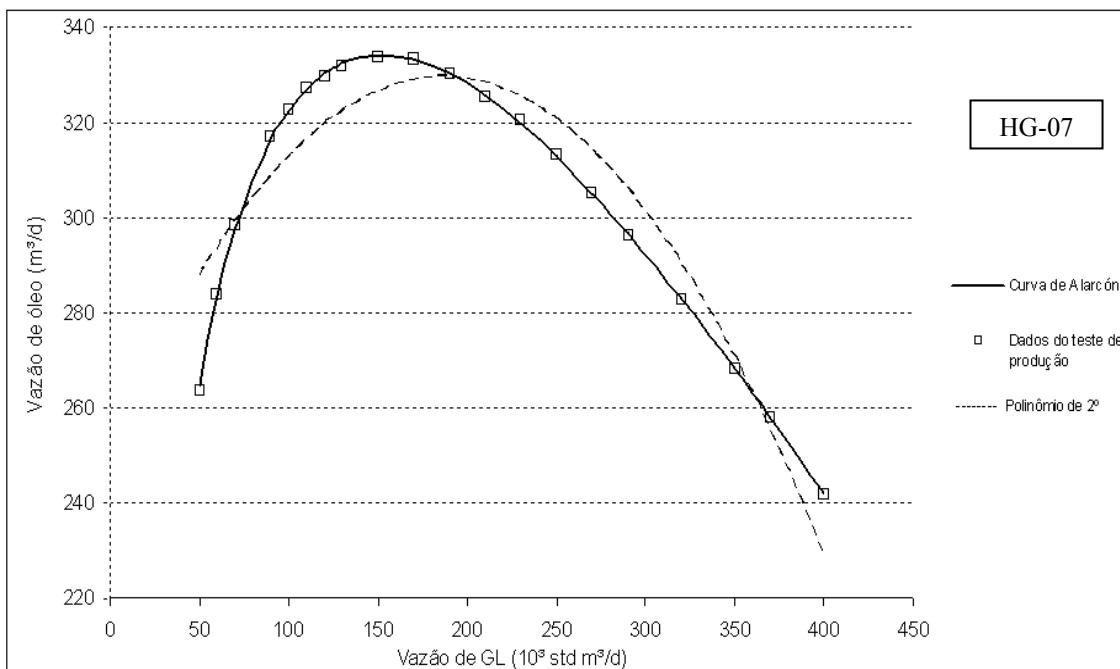


Figura 4.1 – CPPs elaboradas pelo método de Alarcón e o polinômio de segundo grau  
Fonte: elaboração própria

Para avaliar o comportamento desses resíduos foi traçado um gráfico colocando-os no eixo das ordenadas e a vazão de GL no eixo das abscissas, sendo que este gráfico foi elaborado para cada um dos dois modelados.

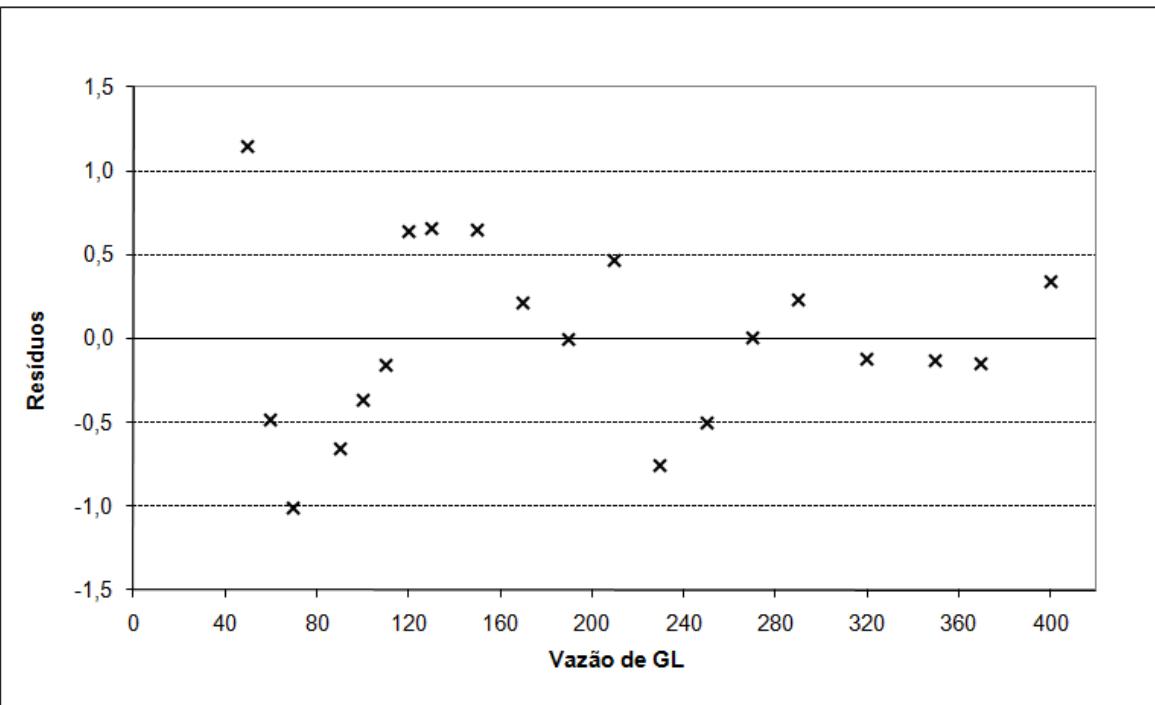


Figura 4.2 – Resíduos entre os dados de produção e os ajustados pelo modelo de Alarcón.

Fonte: elaboração própria

Fica evidente, verificando a Figura 4.2, que os resíduos originados pelo modelo de Alarcón *et al.* (2002) não apresentam um comportamento bem definido, distribuindo-se aleatoriamente ao longo da reta correspondente ao resíduo zero. Dessa forma, espera-se que os erros sejam independentes, de média nula e de variância constante.

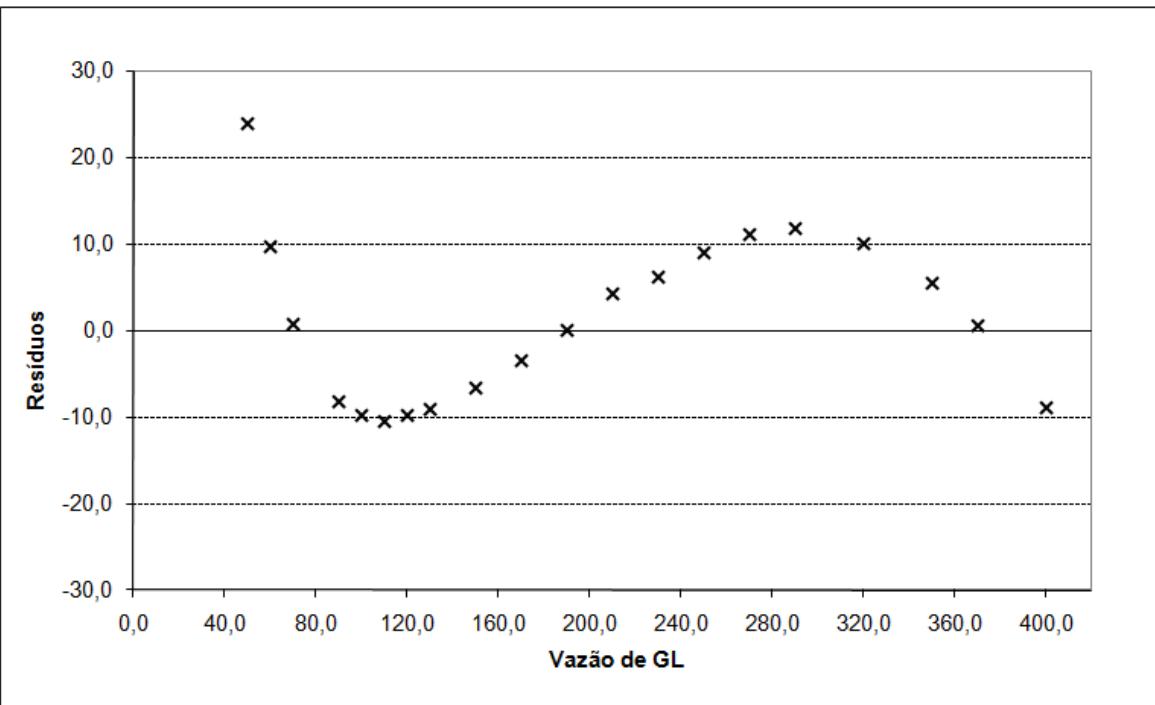


Figura 4.3 – Resíduos entre os dados de produção e os ajustados pela curva de segundo grau

Fonte: elaboração própria

Os resíduos gerados pelo polinômio de segundo grau, delineados na Figura 4.3, não podem ser classificados como resíduos aleatórios, pois seguem um determinado padrão. Assim, os erros gerados por esse polinômio apresentam um tipo de formato que pode ser modelado, não satisfazendo os pressupostos básicos da análise de regressão.

Através da Figura 4.4 elaborada pela normal *Q-Q PLOT*, verifica-se que os resíduos do modelo de Alarcón *et al.* (2002) estão posicionados aproximadamente sobre uma reta, comprovando também o pressuposto da distribuição normal.

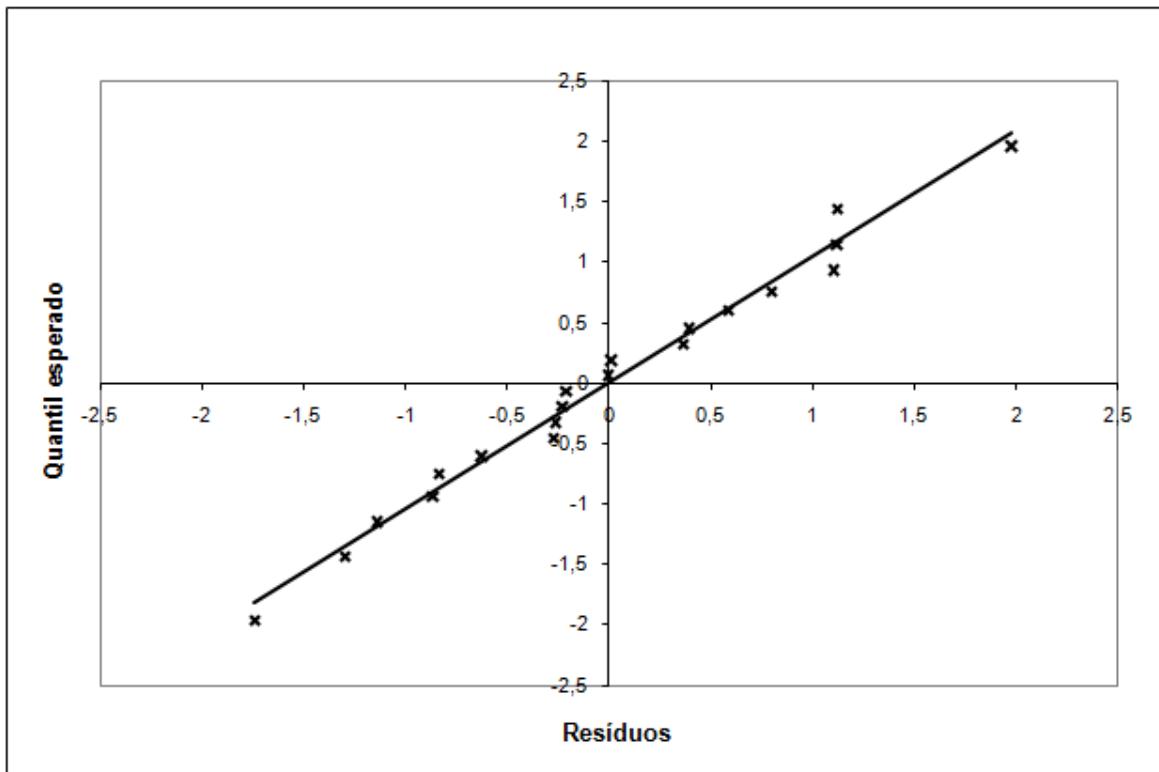


Figura 4.4 – Distribuição dos resíduos pelo Gráfico normal Q-Q PLOT

Fonte: elaboração própria

Verificado a veracidade dos quatro pressupostos requeridos pela análise de resíduos para o modelo de Alarcón *et al.* (2002), pode-se agora confirmar com uma certeza maior que este modelo está adequado para representar a CPP.

#### 4.3 Análise da produção dos poços situados no campo analisado da Petrobras

Neste item serão avaliados o trabalho de otimização na distribuição de GL para os 10 poços de produção da plataforma localizada em um dos campos escolhidos da Petrobras, e o ganho econômico com a utilização do Modelo de Alarcón *et al.* (2002) para elaborar a CPP.

O primeiro estudo teve como objetivo calcular qual seria a produção máxima teórica dos poços sem limitação na vazão máxima de GL. Em seguida foi analisado outro estudo de caso considerando a restrição de vazão máxima de GL por poço, devido às limitações técnicas encontradas na plataforma de produção. Outro estudo para o cálculo da produção máxima de óleo foi desenvolvido baseando-se na vazão atual de GN que é disponibilizada para o GL na plataforma analisada.

Além desses estudos, foi calculado qual seria o benefício em utilizar a CPP ajustada pelo modelo de Alarcón *et al.* (2002) em relação àquela ajustada pelo polinômio de segundo grau, a fim de observar se os ganhos auferidos por essa nova técnica resultariam em valores significativos.

Por fim, foi elaborada uma comparação do algoritmo GRG com o algoritmo genético visando verificar a robustez do GRG em solucionar o problema de otimização da produção de óleo de uma determinada plataforma de produção através da redistribuição do GL.

#### 4.4 Máxima vazão de óleo teórica

Caso a disponibilidade na vazão de GL na plataforma fosse ilimitada e não houvesse qualquer limitação técnica na plataforma de produção, todos os poços estariam produzindo em suas vazões máximas de óleo. Então, os poços estariam utilizando uma quantidade ótima individual de GL, que se localiza no ponto em que a derivada da CPP é nula.

Neste cenário, a unidade de produção situada no campo analisado seria capaz de produzir em torno de 6.786 metros cúbicos *standard* por dia (std m<sup>3</sup>/d)<sup>17</sup> de óleo, correspondente a 42.680 barris de petróleo por dia (bpd), injetando um total de 3.388.000 std m<sup>3</sup>/d (ou 3.338 std Mm<sup>3</sup>/d) de GL para os 10 poços considerados. Neste e nos próximos exemplos, foi considerada, como uma das restrições do modelo de otimização, a vazão mínima de GL injetada por poço igual a 40 std Mm<sup>3</sup>/d. Esta limitação existe porque a válvula de GL instalada no fundo do poço é um equipamento que abre ou fecha de acordo com a diferença de pressão entre a linha de GL e a coluna de produção. No momento de abertura desta válvula, uma quantidade significativa de gás entra na coluna de produção, reduzindo a pressão acumulada na linha injeção. Se esta pressão for próxima à necessária para abertura da válvula, a redução ocasionará o fechamento da válvula do equipamento. Após este fechamento, a pressão na linha de

---

<sup>17</sup> As vazões são sempre expressas nas condições de superfície, por exemplo, em metro cúbico *standard* por dia (std m<sup>3</sup>/d). As condições de superfície também são chamadas de condições padrão ou condições standard, e correspondem à pressão de 1 atm e temperatura de 20 °C.

injeção aumentará ocasionando a abertura da válvula novamente. Este ciclo permanecerá enquanto não houver um aumento significativo na pressão de injeção. Para os poços do campo estudado a vazão mínima associada a esta condição instável de injeção do GL está em torno de 40 std Mm<sup>3</sup>/d.

Alguns desses poços, conforme Tabela 4.3, exigem muito gás para chegarem à vazão máxima teórica na injeção de GL, como é o caso do HG-02, HG-03, HG-04, HG-06. Como já foi mencionado, na prática, normalmente é impossível conseguir vazões de injeção excessivamente altas devido às limitações técnicas encontradas na plataforma de produção. Os parâmetros mais significativos dessa limitação são a pressão máxima fornecida pelos compressores que está diretamente associada com a vazão de GL e o risco de erosão das válvulas de GL com vazões muito altas desse gás.

Um novo cenário foi proposto (Tabela 4.3), considerando que não houvesse limitação na pressão de injeção fornecida pelos compressores, mas que, por segurança, fosse limitado à vazão máxima de GL por poço<sup>18</sup> a 330 std Mm<sup>3</sup>/d, evitando assim um possível risco de erosão na válvula de GL.

---

<sup>18</sup> Na teoria não existe um valor máximo de injeção de GN através da válvula de GL informado pelos fabricantes; na prática, algumas válvulas foram erodidas com alta vazão de GL. A vazão de 330 std Mm<sup>3</sup>/d de GL adotada como limite por poço é apenas um valor para fins didáticos, porém com certa aproximação da realidade, pois é de fato um valor considerado bastante alto para a injeção de GL.

Tabela 4.3 – Produção do Campo analisado da Petrobras

Poço	Vazão máxima teórica		Limite de injeção*	
	$Q_o^{**}$ (m <sup>3</sup> /d)	$Q_{gi}^{***}$ (std Mm <sup>3</sup> /d)	$Q_o$ (m <sup>3</sup> /d)	$Q_{gi}$ (std Mm <sup>3</sup> /d)
HG-01	416,0	319,2	416,0	319,2
HG-02	350,4	372,6	350,3	330,0
HG-03	608,5	473,3	591,8	330,0
HG-04	1.075,3	395,2	1.071,9	330,0
HG-05	1.515,3	318,6	1.515,3	318,6
HG-06	648,3	466,9	637,3	330,0
HG-07	334,4	152,2	334,4	152,2
HG-08	376,8	305,1	376,8	305,0
HG-09	1.120,9	258,3	1.120,9	258,3
HG-10	340,7	326,6	340,7	326,6
<b>TOTAL</b>	<b>6787</b>	<b>3388</b>	<b>6755</b>	<b>3000</b>

\* Limite de injeção de 330 std m<sup>3</sup>/d de GL por poço

\*\*  $Q_o$  – vazão de óleo; \*\*\*  $Q_{gi}$  – vazão do GN usado no GL

Fonte: Elaboração própria

Através dos resultados obtidos da Tabela 4.3, com a limitação de GL por poço em 330 std Mm<sup>3</sup>/d, a otimização resultou em uma produção de óleo de 6.755 m<sup>3</sup>/d (42.483 bpd), ao se injetar no campo 3.000 std Mm<sup>3</sup>/d de GN. Pode ser verificado que essa limitação de vazão de GL imposta aos poços reduziu a produção de óleo do campo em apenas 31 m<sup>3</sup>/d (201 bpd), o que representou uma queda de aproximadamente 0,5%, comparada com a produção sem essa restrição. Por outro lado, nessa condição foi constatada uma redução de injeção de GN no campo de 388 std Mm<sup>3</sup>/d, equivalente a uma queda percentual de 11,5%. A análise mostra que apesar da queda de gás injetado no campo ter sido significativa, a queda na produção foi pouco expressiva, evidenciando que os poços estavam trabalhando em uma faixa suave da CPP em que um acréscimo na injeção de gás alteraria pouco a produção de óleo.

#### 4.5 Limitação atual do Gás Lift

De acordo com as características da plataforma de produção que extrai o óleo do campo escolhido da Petrobras, a vazão máxima de GL gira em torno de 2.000 std Mm<sup>3</sup>/d limitada pela pressão máxima de injeção fornecida pelos compressores instalados na plataforma. Existem, porém, outras variáveis que afetam a segurança do

processo, como por exemplo, a temperatura, que aumenta quanto maior for a pressão fornecida pelos compressores. Para trabalhar em uma condição mais estável, sem prejudicar os equipamentos, essa unidade de produção trabalha com uma injeção atual na faixa de 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d de GL.

Ao supor nesta situação ( $Q_{gi,máx} = 1.600$  std Mm<sup>3</sup>/d) que o GL fosse dividido igualitariamente para os 10 poços fornecendo uma vazão de 6353 std m<sup>3</sup>/d, um simples trabalho para otimizar a distribuição desse gás permitiria aumentar a vazão para 6.427 std m<sup>3</sup>/d de óleo, ou seja, um acréscimo de 74 std m<sup>3</sup>/d (465 bpd). Isso representaria um faturamento extra em torno de US\$ 37,2 mil por dia, considerando o valor do barril de petróleo igual a US\$ 80<sup>19</sup> (EIA, 2010).

Atualmente são injetados 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d de GL, podendo ser aumentada em mais 400 std Mm<sup>3</sup>/d dentro de um intervalo teoricamente aceitável. Contudo, utiliza-se uma taxa menor de injeção por segurança, evitando assim um possível descontrole na planta de processo devido ao aumento de temperatura no compressor. A Tabela 4.4 detalha os ganhos que poderiam ser obtidos por poço e a nova distribuição de GL, caso fossem injetados 2.000 std Mm<sup>3</sup>/d de GN nos poços, ao invés de 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d. Este cálculo foi simulado baseando na CPP definida pela equação de Alarcón *et al.* (2002).

---

<sup>19</sup> Cotação média do barril de petróleo do tipo WTI durante o ano de 2010.

Tabela 4.4 – Comparativo para a disponibilidade de GL em 1600 e 2000 std Mm<sup>3</sup>/d

Poço	$Q_{gi, \text{Max}} = 1600 \text{ std Mm}^3/\text{d}$		$Q_{gi, \text{Max}} = 2000 \text{ std Mm}^3/\text{d}$	
	$Q_o$ (m <sup>3</sup> /d)	$Q_{gi}$ (std Mm <sup>3</sup> /d)	$Q_o$ (m <sup>3</sup> /d)	$Q_{gi}$ (std Mm <sup>3</sup> /d)
HG-01	381,5	144,0	397,3	180,8
HG-02	316,5	91,1	329,1	120,5
HG-03	549,4	218,9	580,0	289,6
HG-04	1.030,9	190,1	1.053,2	242,0
HG-05	1.493,1	212,1	1.504,2	237,8
HG-06	588,7	182,4	616,5	246,7
HG-07	322,2	99,5	328,6	114,4
HG-08	350,6	199,8	365,3	233,6
HG-09	1.095,3	144,0	1.108,1	173,3
HG-10	299,3	118,1	317,9	161,4
<b>TOTAL</b>	<b>6.427</b>	<b>1.600</b>	<b>6.600</b>	<b>2.000</b>

Fonte: elaboração própria

Com a injeção de 2.000 std m<sup>3</sup>/d de GL poderia se alcançar, teoricamente, após um processo de otimização, uma produção de 6.600 std m<sup>3</sup>/d de óleo (42.507 bpd). Esse aumento na vazão de GL possibilitaria um aumento na vazão de óleo de 173 std m<sup>3</sup>/d (1.088 bpd) em comparação com a produção quando a taxa de injeção foi de 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d (faturamento adicional de US\$ 87 mil por dia). O aumento na vazão de GL possibilitou um salto econômico considerável, abrindo um espaço para que se estude a viabilidade técnico-econômica de serem instalados trocadores de calor mais potentes, de modo que os compressores não atinjam temperatura crítica para vazões de GL maiores.

Em algumas situações, a disponibilidade de GL pode ser reduzida a valores inferiores aos 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d injetados atualmente, devido a uma série de fatores adversos. Por exemplo, quando o sensor de temperatura começa acusar leitura alta e emite uma informação para diminuir a potência do compressor ou quando ocorre uma demanda maior na geração elétrica de usinas térmicas a GN interligadas no sistema elétrico, mas gás deve ser exportado, reduzindo, assim, a parte disponível para GL. Outro exemplo é a parada de um dos compressores para manutenção preventiva.

Caso a limitação na injeção de GL fosse de 900 std m<sup>3</sup>/d, a otimização do GL, frente a uma divisão igualitária desse gás, proporcionaria uma redução nas perdas de produção de 116 std m<sup>3</sup>/d de óleo (730 bpd), correspondente a um ganho percentual 2%. Quando a limitação do GL foi de 1.600 std m<sup>3</sup>/d, a otimização desse gás proporcionou um aumento percentual um pouco menor, de 1,2%. Esta comparação corrobora para o fato de que, quanto menor a disponibilidade de GL, mais importante será otimizar seu uso para minimizar as perdas na produção de óleo.

#### 4.6 CPP de Alarcón *versus* CPP de segundo grau

Conforme abordado anteriormente, algumas empresas petrolíferas ajustam as CPPs através do polinômio de segundo grau e, em seguida, as inserem no modelo de otimização desenvolvido para maximizar a produção do campo que está sendo analisado. Visto que há divergência entre essa curva e os dados do teste de produção, a distribuição de GL informado pelo modelo de otimização não estará exatamente no ponto ótimo, afetando por sua vez a produção de óleo da plataforma. Será elaborada uma análise de sensibilidade entre a otimização realizada para o GL, tanto no caso da CPP ajustada pelo polinômio de segundo grau quanto pelo modelo proposto por Alarcón *et al.* (2002), com o objetivo de verificar se o impacto gerado na produção de petróleo é significativo.

A análise de sensibilidade foi realizada variando a disponibilidade máxima na vazão de GL desde 700 até 2.500 std m<sup>3</sup>/d. A partir desse intervalo, foram apresentados os resultados encontrados pelo aplicativo *Solver* disponível no *software Excel da Microsoft*, discretizando cada 100 std m<sup>3</sup>/d de aumento no GL até atingir os 2.500 std m<sup>3</sup>/d estipulados. A Tabela 4.5 informa a vazão de óleo total da plataforma para cada uma das discretizações consideradas, para as duas CPPs analisadas.

O cálculo da produção de óleo diária da unidade, no caso em que a CPP foi elaborada pela curva de segundo grau, procedeu da seguinte maneira: primeiro foi realizada a distribuição do gás de injeção utilizando o modelo de otimização do *Solver do Excel*; em seguida, para cálculo da vazão de óleo, tomaram-se os valores encontrados de GL e inseriu-os nas equações das CPPs formuladas pelo método de Alarcón, pois

estas equações se aproximam mais dos dados reais de produção mostrando com uma incerteza menor qual seria vazão de óleo.

Tabela 4.5 – Comparativo da produção otimizada do campo escolhido da Petrobras entre a CPP ajustada pelo método de Alarcón e o Polinômio de segundo grau

$Q_{gi}$ $10^3 \text{ std m}^3/\text{d}$	$Q_o$ (CPP Alarcón) $\text{m}^3/\text{d}$	$Q_o$ (CPP 2 grau) $\text{m}^3/\text{d}$	Ganho $\text{m}^3/\text{d}$	Ganho %
700	5.509	5.427	82	1,5%
800	5.680	5.582	98	1,8%
900	5.824	5.722	102	1,8%
1.000	5.948	5.860	88	1,5%
1.100	6.055	5.975	80	1,3%
1.200	6.149	6.071	78	1,3%
1.300	6.232	6.155	77	1,3%
1.400	6.305	6.228	77	1,2%
1.500	6.370	6.303	67	1,1%
1.600	6.427	6.364	63	1,0%
1.700	6.479	6.439	40	0,6%
1.800	6.524	6.496	28	0,4%
1.900	6.564	6.545	19	0,3%
2.000	6.600	6.587	13	0,2%
2.100	6.632	6.622	10	0,2%
2.200	6.660	6.651	9	0,2%
2.300	6.684	6.673	11	0,2%
2.400	6.705	6.697	8	0,1%
2.500	6.721	6.714	7	0,1%

Fonte: elaboração própria

Quando a limitação na taxa de injeção de GN está baixa visualiza-se ganhos consideráveis ao utilizar o modelo de Alarcón *et al.* (2002) em relação ao polinômio de segundo grau. Se a limitação de GL estivesse em 900 std Mm<sup>3</sup>/d por algum motivo na plataforma, (por exemplo, um dos dois compressores utilizados desarmou por temperatura elevada) a otimização pelo método de Alarcón *et al.* (2002) possibilitaria um acréscimo de 102 std m<sup>3</sup>/d (641 bpd), um aumento percentual de 1,8 %, comparado ao método do polinômio de segundo grau. Esse acréscimo é representativo para a empresa, pois o investimento necessário para adaptar o modelo de Alarcón ao problema proposto é desprezível, e proporcionaria um faturamento extra de US\$ 51,3 mil por dia.

Para vazões acima de 1.800 std Mm<sup>3</sup>/d não haveria grande diferença entre os dois modelos comparados, pois com maior disponibilidade de GL inicia-se uma fase mais suave da curva, próxima ao máximo de produção. Assim, a otimização dos poços em conjunto vai perdendo o sentido, pois vai existir uma quantidade suficiente de GL permitindo ajustar a vazão desse gás próxima ao ótimo em cada poço. O problema passa a se caracterizar, cada vez mais, por uma otimização independente dos poços, quanto maior for a vazão disponível de GL.

A aplicação do modelo de Alarcón *et al.* (2002) possibilitaria um ganho próximo a 63 std m<sup>3</sup>/d (392 bpd), um aumento percentual na faixa de 1,0%, para a atual taxa de injeção de GN no campo em análise, o que corresponderia a um faturamento adicional de US\$ 31,7 mil por dia.

#### 4.6.1 Gráfico auxiliar

A curva na Figura 4.5 foi elaborada a partir dos dados obtidos na Tabela 4.5, e representa a superposição da produção otimizada de óleo dos 10 poços do campo em estudo para diferentes taxas de injeção de GL.

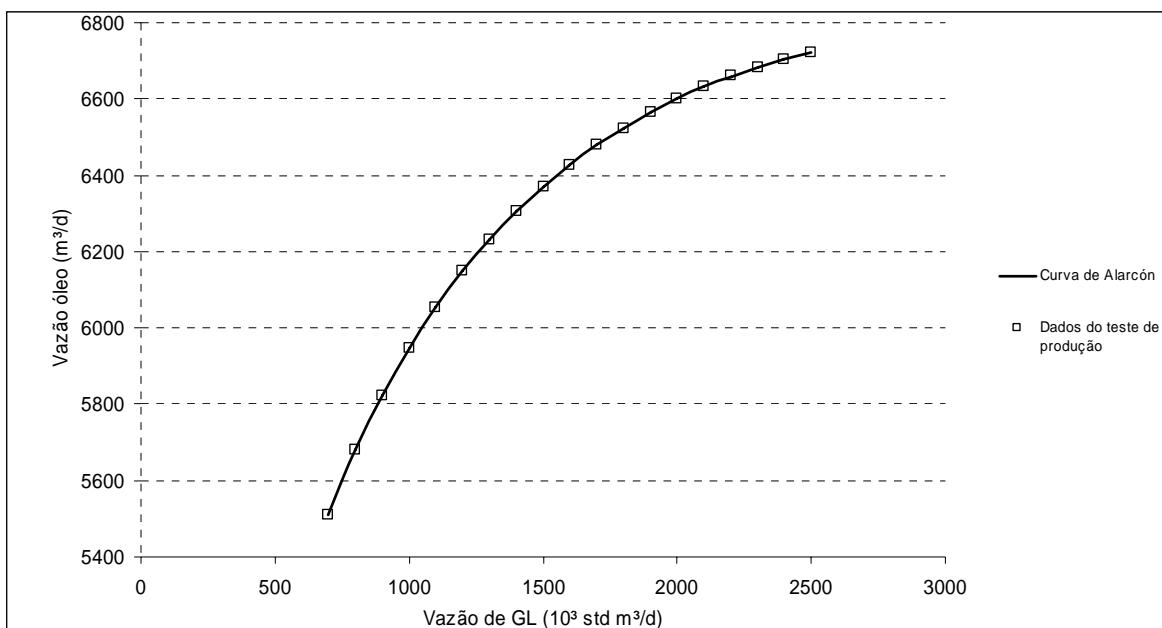


Figura 4.5 – Produção otimizada do campo analisado variando a disponibilidade de GL  
Fonte: elaboração própria

Esta curva foi elaborada a partir dos dados do teste de produção que foram correlacionados pelo modelo de Alarcón *et al.* (2002), apresentando um grau de qualidade ( $r^2$ ) muito satisfatório, 0,999997 (muito próximo a 1). É uma ferramenta interessante que permite estimar rapidamente qual seria a perda na produção da unidade caso houvesse alguma limitação de GL. Por exemplo, considerando que houvesse algum problema em um dos compressores e, por esta razão, fosse reduzida a injeção de GN de 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d para 750 std Mm<sup>3</sup>/d, haveria uma perda na produção de 829 std m<sup>3</sup>/d de óleo.

#### **4.7 Atualização da CPP**

Existem diversos parâmetros dos fluidos que podem se alterar ao longo do tempo como: a viscosidade, o fator de encolhimento do óleo, a Razão Gás Óleo (RGO), a fração de água ( $f_w$ ) entre outros. Estes parâmetros estão diretamente relacionados com o regime de escoamento dos fluidos produzidos, pois alteram a densidade e a perda de carga na coluna de produção, que modificam por sua vez o formato da CPP. Portanto, as CPPs devem estar frequentemente sendo atualizadas para representar com maior fidelidade a situação atual de produção dos poços analisados. Essa atualização constante permitirá que o resultado obtido na otimização de GL seja mais confiável.

#### **4.8 Comparativo entre os algoritmos GRG e Genético**

A comparação entre os algoritmos GRG e Genético (Tabela 4.6) mostrou a robustez do GRG em resolver o problema para otimização do GL, apresentando um resultado melhor do que o genético. A melhor distribuição de GL encontrada pelo método do GRG ocorreu porque o problema tratado é um caso clássico de um sistema que maximiza a produção de óleo através da derivada da CPP. Este sistema vai ao encontro com o procedimento descrito pelo método do GRG, que através da derivada da função objetivo em relação às variáveis não-básicas, determina um vetor de busca que orienta as variáveis básicas em direção ao ponto ótimo. O genético, no entanto, é um algoritmo que procura a solução ótima através de um procedimento inteligente, evoluindo geralmente a partir de um conjunto de dados aleatórios através de gerações. A cada geração, a adaptação de cada solução na população é avaliada. Sendo assim, alguns indivíduos são selecionados para a próxima geração, e são recombinados ou mutados

para formar uma nova população. A nova população então é utilizada como entrada para a próxima iteração do algoritmo. A grande questão é que este método não considera o funcionamento da função objetiva, bastando tê-la disponível para aplicar a evolução na população de dados. Isto pode ser uma vantagem quando se trabalha com funções extremamente complexas, mas no caso da equação proposta por Alarcón *et al.* (2002), a derivada desta equação parece ser à melhor forma de se encontrar uma solução, apontando o método GRG como mais apropriado para o problema de otimização do GL.

Tabela 4.6 – Comparativo entre os algoritmos GRG e Genético demonstrando a produção de óleo otimizada

$Q_{gi, Máx}$	$Q_o (m^3/d)$	
	GRG	Genético
900	5823,8	5808,5
1.600	6427,4	6424,0
2.000	6600,3	6600,1

Fonte: Elaboração própria

O algoritmo genético é um processo que vai melhorando a solução constantemente, assim, quanto maior o tempo de busca, maiores serão as evoluções na população de dados inicial. Com um tempo maior de busca será maior a probabilidade de que a solução esteja mais próxima do ponto ótimo. Nesta comparação foi fixado como condição de contorno para o algoritmo genético o tempo máximo de 200 segundos para que houvesse um aperfeiçoamento na solução anterior, caso contrário, o algoritmo finaliza a busca.

Tabela 4.7 – Número de iterações e intervalo de tempo demandado pelo algoritmo GRG para otimizar o problema de GL.

$Q_{gi, Max}$	Iterações	Intervalo de tempo (seg) <sup>20</sup>
900	14	0,764
1.600	16	0,858
2.000	13	0,780

Fonte: Elaboração própria

<sup>20</sup> Tempo obtido ao resolver o problema a partir de um computador equipado com um processador Intel® Core™ 2 Duo de 1.6 GHz

A Tabela 4.7 apresenta o tempo gasto para o GRG chegar ao ponto ótimo, mostrando que a escolha por este algoritmo foi bastante apropriada, decorridos menos de um segundo para os três casos em que a limitação de GL foi fixada nos valores de 900, 1.600 e 2.000 std Mm<sup>3</sup>/d.

Na condição em que o limite de GL era de 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d, o algoritmo genético encontrou uma solução, após 220,3 segundos, um intervalo de tempo muito maior do que o tempo requerido pelo GRG. Mesmo assim, a resposta obtida por este último modelo foi melhor do que a solução encontrada pelo algoritmo genético.

## 5 CONCLUSÃO

A otimização de GL é uma técnica necessária e simples de ser realizada em uma plataforma de produção. Sua aplicação permite aumentar as receitas de uma empresa de petróleo, antecipando a produção de um campo através do aumento na vazão diária dos fluidos produzidos. Além disso, esta técnica possibilitaria aumentar a oferta de petróleo, de forma a contribuir no atendimento a demanda crescente do consumo energético nos próximos anos.

Para a implantação desta técnica, o engenheiro de petróleo, de posse das CPPs atualizadas, realiza a otimização do GL por meio de algum aplicativo capaz de encontrar qual será a nova distribuição desse gás que maximiza a produção de óleo. Com as novas taxas de injeção de GN, calculadas pelo engenheiro, a plataforma executa da sala de controle o ajuste remoto na abertura das válvulas de injeção de cada um dos poços, adequando-se a vazão de GL informada.

O estudo de caso para o campo da Petrobras que foi analisado mostrou diversos resultados interessantes, comprovando a importância em se aprimorar o processo de otimização do GL, principalmente porque a disponibilidade atual de GL é uma restrição na plataforma localizada nesse campo. Para este caso, estudar possibilidades que permitam aumentar a oferta de GN para ser utilizado como GL é uma alternativa viável e necessária, pois muitos dos poços analisados estão produzindo longe do ponto operacional de máxima produção. Um pequeno exercício realizado para este campo mostrou que, aumentando a disponibilidade de GL dentro do limite tecnicamente aceitável, próximo a 2.000 std Mm<sup>3</sup>/d, permitiria um aumento na vazão de óleo de 173 std m<sup>3</sup>/d (1.088 bpd).

Haveria espaço ainda para uma injeção de GL maior ainda do que os 2.000 std Mm<sup>3</sup>/d tolerados atualmente, permitindo uma vazão de óleo maior. No entanto, quando a vazão de GL alcança valores muito altos, aparecem novos problemas operacionais, principalmente aqueles que interferem na eficiência dos compressores, como por exemplo, alta temperatura do equipamento. Seria importante realizar, portanto, outros

estudos que permitam contornar estes problemas, de forma a aumentar a capacidade de injeção de GL do sistema de compressão do gás.

O outro estudo realizado permitiu concluir que quanto maior a limitação do GL, mais importante se torna a otimização do GL para os “poços em conjunto”. Quando a disponibilidade de GL aumenta e deixa de ser uma restrição, o problema passa a tratar os “poços individualmente”, buscando maximizar a produção de cada um dos poços independentemente. Quando a otimização foca os “poços em conjunto” as principais ocorrências que limitam o GL são a necessidade de aumentar o gás exportado para fins comerciais, a necessidade de manutenção de um dos compressores, ou a redução de potência nestes mesmos equipamentos devido à temperatura elevada atingida. Quando a otimização foca os “poços individualmente” o principal parâmetro a ser analisado é a pressão de injeção requerida pelo poço para alcançar a vazão de GL que fornece a máxima produção. Em alguns poços do campo estudado a pressão para atingir o ótimo operacional é maior do que a pressão de descarga do compressor. Há que se avaliar, em paralelo, se a vazão ótima de injeção do GN é excessivamente alta podendo ocasionar algum dano na válvula de GL.

Nesta dissertação foi confirmado que existem ganhos consideráveis na otimização de GL realizada em uma plataforma de produção, quando se utiliza uma curva que se ajusta melhor aos pontos formados pela produção de petróleo e a taxa de injeção de GL de um poço (CPP). Conforme abordado, esses pontos são obtidos através de um teste realizado na plataforma de processamento em que se mede a vazão óleo para diversas taxa de injeção de GN. O estudo que permitiu esta conclusão foi realizado para o campo analisado da Petrobras comparando o ganho simulado quando foi equacionada a CPP pelo modelo de Alarcón frente ao polinômio de segundo grau.

No presente trabalho, a curva modelada por Alarcón com a finalidade de representar os dados reais de produção destacou-se devido sua simplicidade e o alto grau qualidade do coeficiente de determinação ( $r^2$ ), sempre maior do que 0,999, por isso este modelo foi escolhido nesta dissertação. Há, no entanto, outras curvas mais complexas que utilizam termos exponenciais ou polinômios de graus maiores do que cinco, e podem vir a ter, em alguns casos, uma aproximação levemente melhor do que o método de Alarcón. A rigor, não há necessidade de uma precisão extremamente alta

para simular a CPP, pois existem outras incertezas inerentes ao processo, como é o caso, da quantidade de gás que está se injetando e a de óleo produzido, que carregam certa imprecisão contida nos seus respectivos medidores.

Os resultados da comparação entre o modelo de Alarcón e o modelo do polinômio de segundo grau foram muito satisfatórios, comprovando a eficácia do primeiro. Na situação atual em que são utilizados 1.600 std Mm<sup>3</sup>/d de GL, a troca da equação atual que descreve a CPP para o modelo de Alarcón possibilitou um ganho adicional simulado de 63 std m<sup>3</sup>/d, (396 bpd), um faturamento próximo US\$ 31,7 mil por dia. Caso a limitação de gás fosse maior, os ganhos percebidos com o modelo proposto seriam ainda mais significativos. No passado, quando houve limitação de gás por motivos diversos, muito da perda de óleo poderia ter sido evitada se fosse realizado a otimização de GL com o modelo de Alarcón.

A técnica apresentada, além de apresentar ganhos consideráveis, quando comparada com a CPP descrita atualmente, é muito simples de ser implementada, bastando que seja alterada a equação geral da CPP, com isso, os custos associados para sua aplicação são desprezíveis. Os passos seguintes são exatamente iguais quando se utiliza a curva de segundo grau, sendo calculada a distribuição de GL no modelo de otimização e informando, a seguir, aos técnicos da plataforma para que ajustem a quantidade de gás injetado por poço.

Este estudo abordou sucintamente que a CPP não se mantém a mesma durante toda a vida produtiva de um poço, e sim está em constante modificação por causa das alterações ocorridas nas propriedades dos fluidos produzidos do reservatório. Visto que quanto mais representativa for a CPP da produção real do poço, melhor será o resultado encontrado pelo modelo de otimização do GL, é importante que se realize frequentemente os testes de produção nos poços para atualização das CPPs. Como pesquisa futura seria interessante avaliar qual deve ser a frequência ideal para realizar os testes de produção a fim de atualizar as CPP. Se por um lado esses testes melhoram a otimização do GL, por outro lado, quando realizados podem ocasionar perdas associadas ao alinhamento do poço para a planta de teste.

Outra conclusão é quanto à comparação realizada entre os algoritmos GRG e genético que comprova a eficácia do GRG em resolver o problema relacionado à distribuição do GL, obtendo uma resposta melhor e muito mais rápida do que aquela encontrada pelo algoritmo genético. O GRG por ser um método de busca que direciona a solução do problema através de um vetor determinado por meio da “derivada da função objetivo em relação às variáveis não-básicas”, vai ao encontro do problema, pois o ponto máximo de produção de cada poço é determinado também pela “derivada da CPP”.

Ressalta-se que o cálculo das derivadas não é algo muito fácil quando as funções não-lineares são muito complexas, sendo mais apropriado, neste caso, um método de procura como o genético. No entanto, o problema do GL, estudado nesta dissertação, trata-se de um sistema simples que apresenta poucas restrições de desigualdades e todas são lineares, portanto o algoritmo GRG é bastante conveniente para tratar este problema como demonstrado no presente trabalho.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO [ANP]. *Dados Estatísticos Mensais: Reservas Nacionais de Petróleo e Gás Natural*. ANP, 2011. Disponível em: <[www.anp.gov.br](http://www.anp.gov.br)>. Acesso em: 08 Mar. 2011.

ALARCÓN, G., TORRES, C., GÓMEZ, L., “Global optimization of gas allocation to a group of wells in artificial lift using nonlinear constrained programming”. *ASME Journal of Energy Resources Technology*, v. 124, pp. 262–268, Dec. 2002.

BACOCOLI, G., “A exploração de petróleo no Brasil”. In: Carneiro, J., *Fronteiras*, 1 ed., capítulo 1, Rio de Janeiro, Organização Nacional da Indústria do Petróleo, 2008.

CAMPONOGARA, E., NAKASHIMA, P., “Applying dynamic programming to a gas-lift optimization problem”, *2nd Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás*, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.

CONTO, A. M., *Alocação de Gás de Injeção em Poços de Petróleo sob Restrições de Pendências: Linearização por Partes e Programação Inteira*. Tese de M. Sc. PPGEE/UFSC, Florianópolis, SC, Brasil, 2006.

D'ÁVILA, S. G., “A indústria petroquímica brasileira”, *Revista Eletrônica de Jornalismo Científico*, 2002. Disponível em: <[http://www.comciencia.br/reportagens/petroleo/pe\\_t21.shtml](http://www.comciencia.br/reportagens/petroleo/pe_t21.shtml)>. Atualizado em 10/12/2002

ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION [EIA]. *Energy Sources: Petroleum. Spot Prices: WTI oil, 2010*. EIA, 2010. Disponível em: <<http://www.eia.gov/>>. Acesso em: 20 Dez. 2010.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA [EPE]. *Plano Decenal da Expansão de Energia 2019: Relatório Final*. Brasil, 2010. Disponível em: <[www.epe.gov.br](http://www.epe.gov.br)> Acesso em: 10 Fev. 2011

FANG, W. Y.; LO, K. K., 1996, “A generalized well-management scheme for reservoir simulation”. *SPE Reservoir Engineering*, v. 11, n. 2, p. 116–120, May. 1996.

FRITZSCHE, H., *Programação Não-linear: análises e métodos*, São Paulo, Editora da Universidade – USP, 1978.

HENKE, G. P, 2002. *Elevação e Escoamento de Petróleo: Qualificação em Operação de Produção de Petróleo*. Macaé, apostila do curso COOPFURNAS. <<http://tecnopeg.blogspot.com/2008/10/apostila-sobre-elevao-e-escoamento-de.html>>. Acesso em: 20 ago. 2010.

KANU, E. P., MACH., J. M., BROWN, K. E., “Economic approach to oil production and gas allocation in continuous gas lift”. *Journal of Petroleum Technology*, pp. 1887–1892, Oct. 1981.

LOPES, D., BORGES, J. P., CAPUCCI, E. C., *Derivada Econômica e Critério de Abandono para poço com Gás lift Contínuo*. VIII Encontro Técnico de Gás Lift. Maceió, 2006.

MAYHILL, T. D., “Simplified method for gas-lift well problem identification and diagnosis”. In: *Proc. SPE Annual Fall Meeting*. Houston, Texas: [s.n.]. Paper SPE 5151, 1974.

MINERALS PROCESSING RESEARCH INSTITUTE [MPRI]. *Multi Variable Optimization Procedures: Generalized Reduced Gradient Method*, 2010. Disponível em: <<http://www.mpri.lsu.edu>>. Acesso em: 15 Nov. 2010.

NAKASHIMA, P. H. R., *Otimização de Processos de Produção de Petróleo via injeção contínua*. Tese de D. Sc. PPGEE/UFSC, Florianópolis, SC, Brasil, 2004.

NASCIMENTO, J. M. A., *Simulador Computacional para Poços de Petróleo com Método de Elevação Artificial por Bombeio Mecânico*. Tese de M. Sc. PPGEEC/UFRN,

Natal, RN, Brasil, 2005. Disponível em: <<http://bdtd.bczm.ufrn.br/tedesimplificado>> Acesso em: 16 ago. 2010

NISHIKIORI, N., REDNER, R. A., DOTY, D. R., SCHMIDT, Z., *et al.*, “An improved method for gas lift allocation optimization”. In: *Proc. SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. San Antonio, TX: [s.n.]. Paper SPE 19711, 1989.

OIL AND GAS PROCESSING. *Artificial Lift*. San Franciso, USA, 2009. <<http://oilandgasprocessing.blogspot.com/2009/05/artificial-lift.html>> Acesso em: 01 set. 2010

PETROBRAS. *Destaques Operacionais: Manual de Procedimentos de Estimativa de Reserva*, 2010a. Disponível em: <[http://www2.petrobras.com.br/ri/port/DestaquesOperacionais/ExploracaoProducao/ManualProcedimentos\\_MetodologiaEstimativa.asp](http://www2.petrobras.com.br/ri/port/DestaquesOperacionais/ExploracaoProducao/ManualProcedimentos_MetodologiaEstimativa.asp)>. Acesso em: 25 jul. 2010.

PETROBRAS. *Destaques Operacionais: Exploração e Produção. Custo de Extração*, 2010b. Disponível em: <<http://www2.petrobras.com.br/ri/port/DestaquesOperacionais/ExploracaoProducao/CustosExtracao.asp>>. Acesso em: 20 Dez. 2010.

RAO, S. S., *Engineering Optimization: Theory and Practice*. 3 ed. New Jersey, John Wiley & Sons, 2009.

REDDEN, J. D.; SHERMAN, T. A. G.; BLANN, J. R., “Optimizing gas-lift systems”. In: *Proc. of the 49th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME*. Houston, Texas: [s.n.]. Paper SPE 5150, 1974.

SHERALI, H., “On mixed-integer zero-one representations for separable lower-semicontinuous piecewise-linear functions”, *Operations Research Letters*, v. 28, p. 155–160, 2001.

SMITH, C. L., Pike, R. W., Murrill P. W., *Formulation and Optimization of Mathematical Models*, International Textbook Co., Scranton, Pa, 1970.

SOUZA, M. J. F., *Ajuste de Curvas pelo Método dos Quadrados Mínimos*. Departamento de Computação/ICEB/UFOP. Ouro Preto, MG, Brasil, 2010. Disponível em: <  
<http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Disciplinas/MetodosNumericoseEstatisticos/QuadradosMinimos.pdf>>. Acesso em: 02 nov. 2010

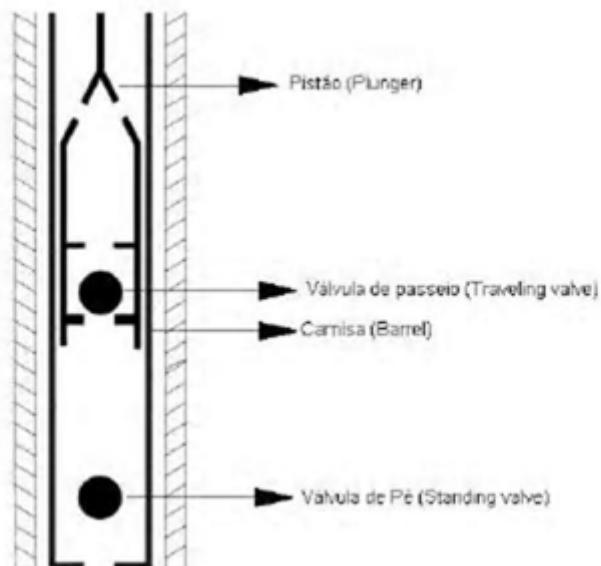
THOMAS, J. E., TRIGGIA, A. A., CORREIA, C. A., *et al.*, *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. Rio de Janeiro, Interciência, 2001.

WOLFE, P., *Methods of Nonlinear Programming*. In: Recent Advances in Mathematical Programming, Ed. R. L. Graves and P. Wolfe, McGraw - Hill Book Company, New York, 1963.

WONNACOTT, R. J., e WONNACOTT, T.H., *Introductory Statistics*. 3 ed. New York, John Wiley & Sons, 1977.

## **ANEXO I – DESCRIÇÃO DETALHADA DO CICLO REALIZADO PELA BOMBA DE FUNDO DO SISTEMA DE BOMBEAMENTO MECÂNICO**

Para o entendimento deste ciclo é necessário, primeiramente, o conhecimento das partes internas da bomba de fundo exemplificadas na figura A.1. A bomba de fundo é dotada de camisa, pistão, válvula de passeio e válvula de pé.



**Figura A.1 – Partes internas da bomba de fundo**  
Fonte: Nascimento, 2005

No curso ascendente (Figura-A.2), o pistão sobe e a válvula de passeio se fecha devido à pressão interna causada pela coluna hidrostática de fluido que está na coluna de produção, permitindo nesse momento elevar uma quantidade de fluido proporcional ao deslocamento da haste. Nesta mesma etapa, a pressão interna entre o pistão e a válvula de pé diminui, e esta válvula se abre permitindo a passagem do fluido para interior da camisa.

No curso descendente (Figura-A.2), imediatamente após o movimento ascendente, a válvula de pé se fecha; e logo a seguir o contato originado entre o pistão e o fluido faz a válvula de passeio abrir permitindo o enchimento do pistão. No final do curso descendente um novo ciclo é iniciado.

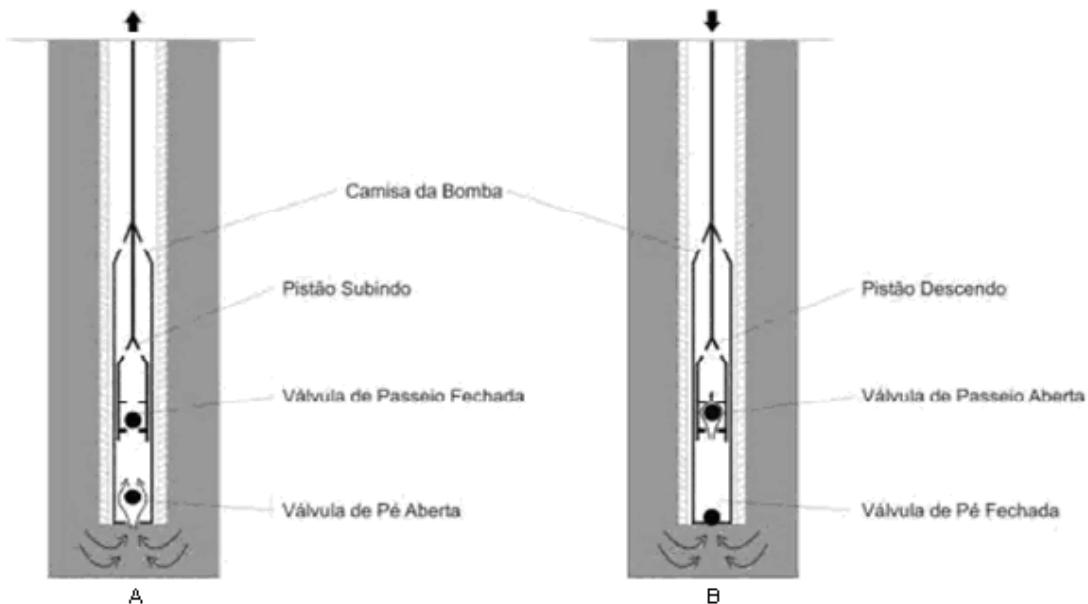


Figura A.2 – Cursos ascendente e descendente  
Fonte: Nascimento, 2005

## ANEXO II – ESTIMATIVA DO VALOR DA DERIVADA ECONÔMICA

Para o cálculo da derivada, foram considerados os valores aproximados abaixo:

- preço médio durante o ano de 2010, utilizando como referência o óleo do tipo WTI, de US\$ 80/barril (EIA, 2010);
- custo de extração do óleo de US\$ 9,40/barril (Petrobras, 2010a);
- custo de compressão do gás de US\$ 0,002/barril (dados estimados internamente na Petrobras).

$$\frac{\Delta q_o}{\Delta q_{gi}} \geq \frac{Cg}{P - C_{Ext}} = \frac{0,002}{(80 - 9,40)} = 0,000028$$

Como pode ser verificada, a derivada econômica apresenta um valor muito próximo a zero devido ao alto valor atual do preço do barril petróleo. Portanto, a diferença entre a derivada econômica e a derivada zero (máxima produção) estão bastante próximas, mostrando que a alternativa entre otimizar o GL pela derivada

econômica ou pela derivada zero terá um efeito pequeno nos resultados apresentados no programa de otimização.

### **ANEXO III – RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ATRAVÉS DO GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO.**

Minimizar:  $y = -2x_1 - 4x_2 + x_1^2 + x_2^2 + 5$

Sujeita a:  $f_1 = -x_1 + 2x_2 \leq 2$

$$f_2 = x_1 + x_2 \leq 4$$

**Primeiro passo:** Adição das variáveis de folga para acomodar o problema no formato requerido pelo algoritmo do GRG.

Minimizar:  $y = -2x_1 - 4x_2 + x_1^2 + x_2^2 + 5$

Sujeita a:  $f_1 = -x_1 + 2x_2 + x_3 - 2 = 0$

$$f_2 = x_1 + x_2 + x_4 - 4 = 0$$

**Segundo passo:** calcular o  $G_R$ .

A equação para o  $G_R$  desse problema é construído com base na equação 3-34

$$G_R = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_3} \\ \frac{\partial y}{\partial x_4} \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_1} & \frac{\partial y}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \end{bmatrix}$$

Calculando as derivadas parciais:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = -2 + 2x_1 \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = -4 + 2x_2 \quad \frac{\partial y}{\partial x_3} = 0 \quad \frac{\partial y}{\partial x_4} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -1 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 2 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = 1 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_4} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 1 \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 1 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = 0 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_4} = 1$$

A equação particular para o  $G_R$  deste problema é:

$$G_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T - [(-2 + 2x_1) \quad ; \quad (-4 + 2x_2)] \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Onde:

$$B_b^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1/3 & 2/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \quad B_{nb} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O valor do  $G_R$  para um ponto inicial  $X_0(0, 0, 2, 4)$  é:

$$G_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T - [(-2) \quad (-4)] \begin{bmatrix} -1/3 & 2/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 8/3 \end{bmatrix}$$

**Terceiro passo:** Calcular o vetor de busca em função de alfa particular para  $x_{nb}$  fornecido pela equação 3-35:

$$x_3 = 2 + 2/3\alpha \quad x_4 = 4 + 8/3\alpha$$

Uma equação para  $x_1$  e  $x_2$  em termos de  $x_3$  e  $x_4$  é necessária a fim de permitir derivar  $y$  em função de  $\alpha$ . Utilizando as restrições desse problema a relação apresentada é:

$$x_2 = -1/3(x_3 + x_4) + 2 \quad x_1 = 1/3(x_3 - 2x_4) + 2$$

Substituindo  $x_3$  e  $x_4$  para ter a função em termos de  $\alpha$ .

$$x_2 = -1/3[(2 + 2/3\alpha) + (4 + 8/3\alpha)] + 2 = -10/9\alpha$$

$$x_1 = 1/3[(2 + 2/3\alpha) - 2(4 + 8/3\alpha)] + 2 = -14/9\alpha$$

**Quarto passo:** Calcular o valor de alfa através da derivada da função objetiva em um ponto de mínimo, ou seja, quando a derivada é igual a zero.

Substituição das variáveis na função objetiva:

$$y = -2(-14/9\alpha) - 4(-10/9\alpha) + (-14/9\alpha)^2 + (-10/9\alpha)^2 + 5$$

$$y = (68/9\alpha) + (296/81\alpha^2) + 5$$

Localização de um mínimo local:

$$\frac{dy}{d\alpha} = (68/9) + 2(296/81\alpha) = 0 \quad \alpha_1 = -153/148$$

**Quinto passo:** Cálculo de  $X_1$

Solucionando  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$  a partir do valor encontrado para  $\alpha_1$ . Assim, a primeira iteração fica igual a:

$$X_1 = (1.608; 1.149; 1.311; 1.243).$$

**Sexto passo:** a partir dessa etapa, o procedimento retorna ao segundo passo, recalculando um novo vetor de busca a partir dos valores das variáveis encontrados na primeira iteração.

Recalculando um novo  $G_R$ .

$$G_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} -2 + 2(1.608) \\ -4 + 2(1.149) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.973 \\ -0.243 \end{bmatrix}$$

Os novos vetores de busca para as variáveis  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$  são:

$$x_3 = 1.311 + 0.973\alpha \quad x_4 = 1.243 - 0.243\alpha \quad x_1 = 1.608 + 0.486\alpha \quad x_2 = 1.149 - 0.243\alpha$$

Inserindo as equações acima na função objetiva, determina-se um novo valor para alfa.

$$y = -2(1.61 + 0.468\alpha) - 4(1.149 - 0.243\alpha) + (1.61 + 0.486\alpha)^2 + (1.149 - 0.243\alpha)^2 + 5$$

A localização de um novo mínimo através da derivada  $dy/d\alpha$  permite encontrar o  $\alpha_2$ .

$$\alpha_2 = -1.705$$

Com o novo  $G_R$  e o comprimento do passo  $\alpha_2$ , encontra-se o ponto  $X_2$

$$X_2 = (0.781; 1.563; -0.348; 1.657).$$

Nesse caso, a primeira restrição é violada ( $x_3 = -0.348$ ). Essa restrição é ativada, para se tornar uma igualdade, e o valor de  $\alpha_2$  é reduzido para ter essa variável  $x_3$  igual a zero, ou seja:

$$x_3 = 1.311 + 0.973\alpha_2 = 0 \quad \alpha_2 = -1.347$$

Recalculando os valores para as outras variáveis, a solução do conjunto  $X_2$  respeitando os limites do problema é:

$$X_2 = (0.955, 1.476, 0, 0.157).$$

**Sétimo Passo:** O procedimento retorna novamente ao passo 2 para recalcular: o GRG, o comprimento do passo, e por conseguinte, um novo ponto até conseguir convergência na solução.

$$X_n = (1.2, 1.6, 0, 1.2)$$